FUNCIÓNS

1. Concepto de función

Unha relación, R, entre dous conxuntos X e Y é un criterio que nos permite asociar elementos de X con elementos de Y.

Exemplo 1.1: Entre o conxunto das vogais $V = \{a, e, i, o, u\}$ e o dos números $C = \{0,1,2\}$ consideramos a relación: "Unha vogal está relacionada cun número se a vogal aparece no nome galego do número"

0: cero→está relacionado con "e" e con "o".

1: un→está relacionado con "u"

2: dous→está relacionado con "o" e con "u"

Formalmente escribiríamos

$R = \{(e, 0), (o, 0), (u, 1), (o, 2), (u, 2)\}$

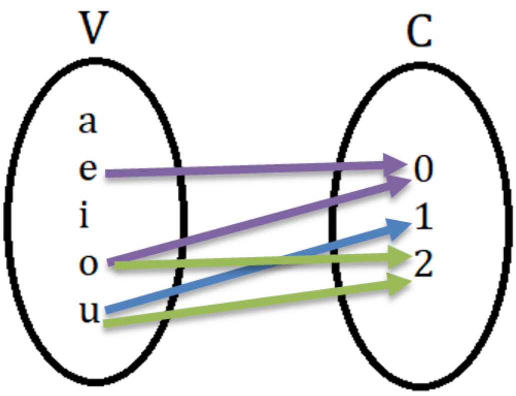

Ilustración 1:Representación gráfica da relación R

Unha función, f, é unha relación entre dúas variables numéricas, x e y, na que a cada valor de x correspóndelle un único valor de y.

A x chamámoslle variable independente e a y variable dependente, posto que o valor de y depende do valor de x. Escríbese $y = f(x)$.

Exemplo 1.2: A continuación, móstranse dúas gráficas de relacións:

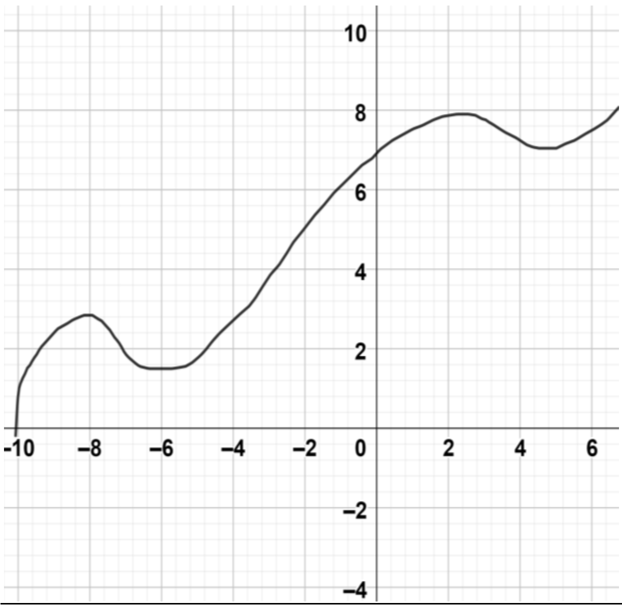

Ilustración 2: Exemplo gráfico de función

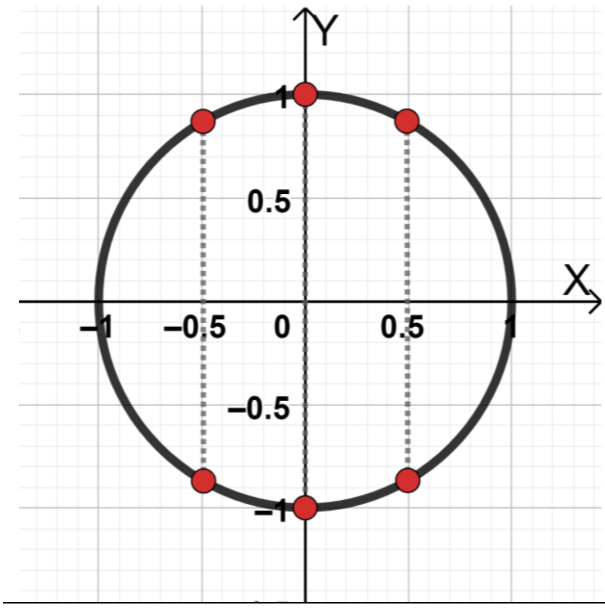

Ilustración 3: Exemplo gráfico dunha relación que non é función

É unha función, xa que a cada valor de x correspóndelle un **único** valor de y

Non é unha función, xa que hai valores de x aos que lles corresponden 2 valores de y. Por exemplo, para $x = 1$, $y = 1$ e $y = -1$

1.1 Formas de expresar unha función

1.1.1 Representación gráfica

A gráfica dunha función f é o conxunto de puntos (x, y) que verifican que $y = f(x)$.

Para obter a gráfica dunha función, bastaría con facer unha táboa de valores, representar os puntos obtidos e unilos. Na práctica a cousa non é tan sinxela, xa que os valores de x poden ser infinitos e como consecuencia a táboa de valores non contén información suficiente para facerse unha idea precisa de como é a gráfica. Para debuxar a gráfica exacta dunha función hai que estudar bastantes máis cousas, que se irán vendo aos poucos nesta e nas quincenas seguintes.

Exemplo 1.1.1: A seguinte gráfica mostra a distribución das ofertas de emprego de Galicia entre os anos 2005 e 2020 (datos extraídos do IGE).

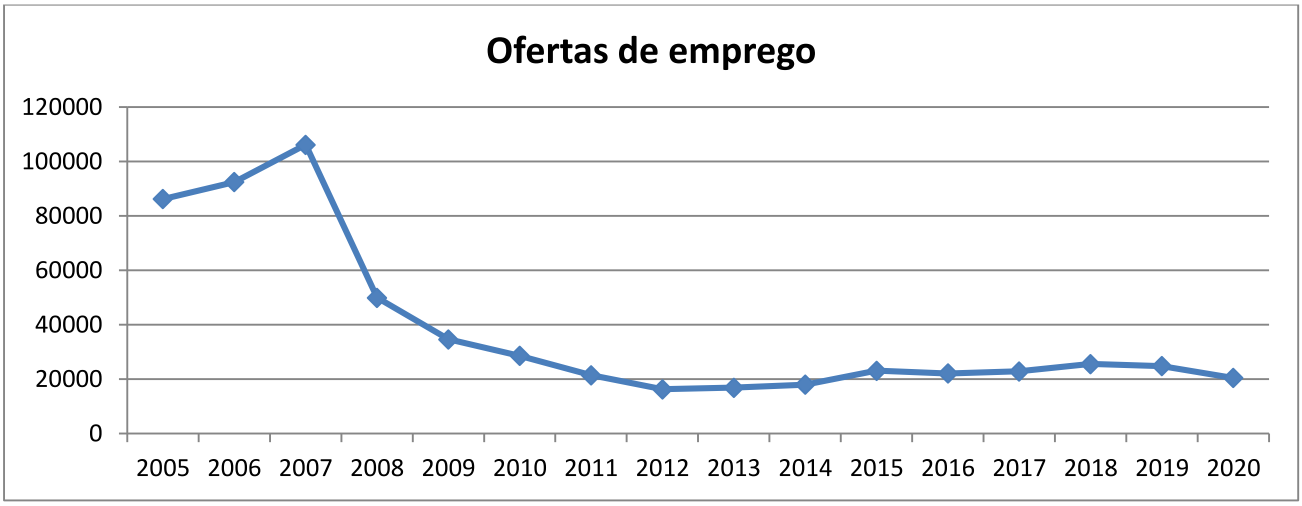

Ilustración 4: Gráfica de ofertas de emprego de Galicia

1.1.2 Enunciado, táboa de valores e expresión analítica

Enunciado: Amanda ten contratada unha tarifa de móbil: 2 xigas por 15€ fixos ao mes e 2,50€ por cada xiga extra.

Táboa de valores:

Nº de xigas	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**10**
Prezo mensual (€)	15	17,5	20	22,5	25	35

Expresión analítica: Sexan x: $número\ de\ xigas\ consumidos$ e y: $prezo\ mensual$ (€), entón:

$$y = 15 + (x - 2) \cdot 2{,}5$$

2. Algunhas propiedades das funcións

2.1 Dominio de definición e imaxe dunha función

Definimos o dominio dunha función $f(x)$ como o conxunto de todos os valores de x para os cales podemos calcular o correspondente y. O dominio dunha función f denótase por $Dom\, f$.

Na gráfica dunha función, o seu dominio é fácil de visualizar, basta con localizar os valores de x nos que existe a gráfica.

Exemplo 2.1.1: Vexamos o dominio das seguintes funcións

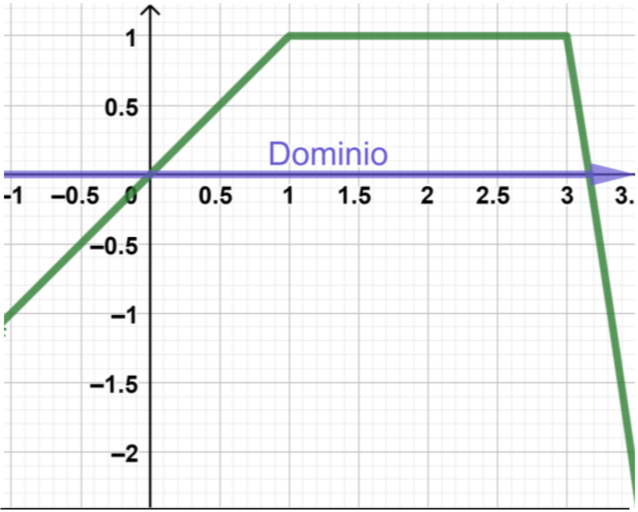

Ilustración 5: gráfica dunha función con dominio infinito

A función continúa cara ambos lados e non ten ocos, polo tanto, $Dom\, f = \mathbb{R}$

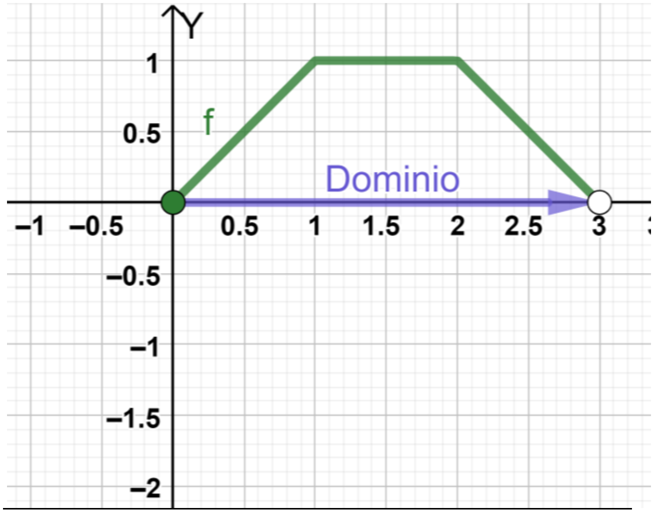

Ilustración 6: gráfica dunha función con dominio finito

A función comeza en $x = 0$ e remata en $x = 3$ cun oco no 3, polo tanto, $Dom\, f = [0,3)$

Cando a función vén expresada mediante a súa expresión analítica, o seu dominio pode quedar restrinxido se algunha operación non se pode facer.

- Funcións con denominadores: o denominador non pode valer 0. Para calcular os dominios deste tipo de funcións, igualamos o denominador a 0 e resolvemos a ecuación. O dominio será todo $\mathbb{R}$ excepto as solucións da ecuación.

  Exemplo 2.1.2: o dominio da función $f(x) = \frac{1}{x-1}$ é $Dom\, f = \mathbb{R} - \{1\} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

  Xa que $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$, é dicir, o valor $x = 1$ anula o denominador e non podemos calcular o correspondente valor de y.

- Funcións con raíces de índice par: o valor do radicando ten que ser non negativo. Para calcular estes dominios basta con tomar o polinomio, $P(x)$, que está dentro da raíz e resolver a inecuación $P(x) \geq 0$.

  Exemplo 2.1.3: o dominio da función $f(x) = \sqrt{x-1}$ é $Dom\, f = [1, +\infty)$ xa que $x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$, é dicir, para valores inferiores a 1 a raíz non se podería calcular e, polo tanto, non se pode obter o correspondente valor de y.

- Funcións con logaritmos: o valor do argumento ten que ser positivo. Para calcular estes dominios basta con tomar o polinomio, $P(x)$, que está dentro do logaritmo e resolver a inecuación $P(x) > 0$.
  Exemplo 2.1.4: o dominio da función $f(x) = \log_2(2-x)$ é $Dom\, f = (-\infty, 2)$, xa que $2 - x > 0 \rightarrow -x > -2 \xrightarrow{\div(-1)} x < 2$

O dominio tamén queda restrinxido polo contexto da función.

Exemplo 2.1.5: A función $f(x) = 2\pi x$, que expresa a lonxitude dunha circunferencia sendo x a lonxitude do seu raio. Esta función só ten sentido para valores positivos de x posto que non existen circunferencias de raio negativo. Logo, $Dom\, f = (0, +\infty)$.

A imaxe dunha función, f, é o conxunto dos posibles valores de y. Denótase por $Im\, f$.

Ao igual que ocorría co dominio, é sinxelo calcular a imaxe a partir da súa gráfica. Sen embargo, non é así se a queremos calculala a partir da súa fórmula.

Exemplo 2.1.6: Estuda as imaxes das seguintes funcións a partir da súas gráfica.

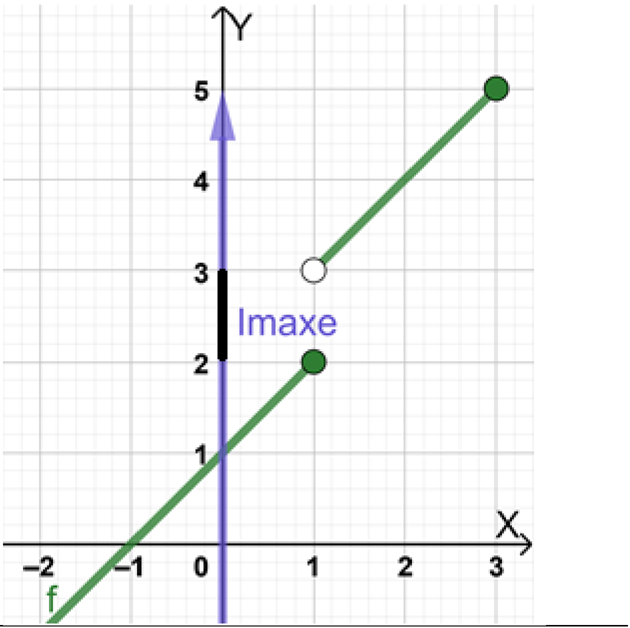

Ilustración 7: gráfica dunha función con imaxe descontinua

A variable y toma todos os valores menores que 2 e todos os que están entre $y = 3$ e $y = 5$ sen incluír o 3, é dicir, $Im\, f = (-\infty, 2] \cup (3,5]$

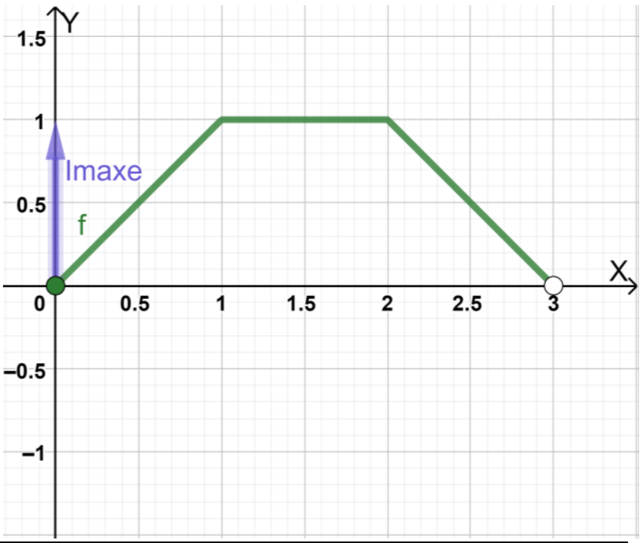

Ilustración 8: gráfica dunha función con imaxe continua

A variable y toma valores entre $y = 0$ e $y = 1$ (ambos incluídos), así que, $Im\, f = [0,1]$

2.2 Puntos de corte cos eixes

- Puntos de corte co eixe OX: O eixe OX coincide ca recta $y = 0$, como consecuencia, para calcular os puntos de corte co eixe OX bastará con substituír dita recta na función. Estes puntos van ser da forma $(x, 0)$. Graficamente son aqueles puntos da función que están sobre o eixe OX.
- Punto de corte co eixe OY: O eixe OY coincide ca recta $x = 0$, como consecuencia, para calcular os puntos de corte co eixe OY bastará con substituír dita recta na función. Estes puntos van ser da forma $(0, y)$. Graficamente é o punto da función que está sobre o eixe OY.

Exemplo 2.2.1: Calcula os puntos de corte da función $y = x^2 - 5x + 6$.

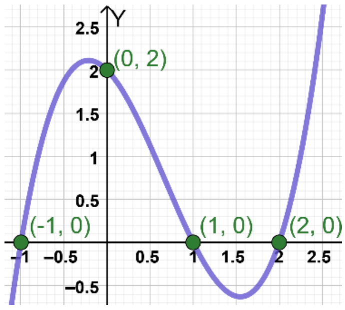

Ilustración 9: Cortes cos eixes graficamente

- Puntos de corte co eixe OX: $(3{,}0), (2{,}0)$

$$y = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$
$$= \begin{cases} 3 \rightarrow (3{,}0) \\ 2 \rightarrow (2{,}0) \end{cases}$$

- Punto de corte co eixe OY: $(0{,}6)$

$$x = 0 \rightarrow y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 6 \rightarrow (0{,}6)$$

Exemplo 2.2.2: Localiza os puntos de corte da función da ilustración 9:

- Puntos de corte co eixe OX: $(-1{,}0), (1{,}0), (2{,}0)$.
- Punto de corte co eixe OY: $(0{,}2)$

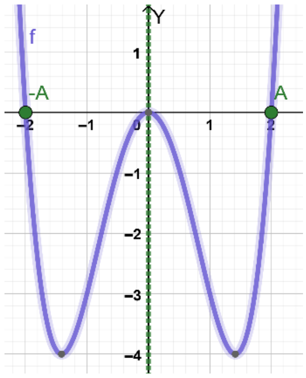

Ilustración 10: Función par

2.3 Simetrías

Unha función, f, é simétrica ou par se $f(x) = f(-x)$. Graficamente é simétrica con respecto ao eixe Y (ilustración 10)

Unha función, f, é antisimétrica ou impar se $f(x) = -f(-x)$. Graficamente é simétrica con respecto á orixe de coordenadas (punto $(0{,}0)$) (ilustración 11).

Exemplo 2.3.1: Estuda as simetrías das funcións $f(x) = x^4 - 4x^2$ e $g(x) = x^3 - x$.

$f(-x) = (-x)^4 - 4(-x)^2 = x^4 - 4x^2 = f(x) \rightarrow f(x)$ é par.

$g(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x \neq g(x) \rightarrow g(x)$ non é par

$-g(-x) = x^3 - x = g(x) \rightarrow g(x)$ é impar.

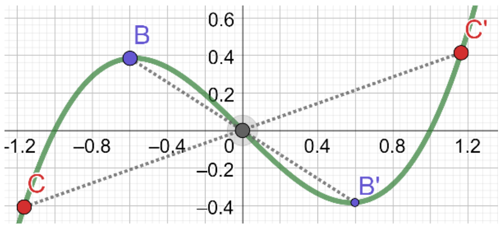

Ilustración 11: Función impar

2.4 Periodicidade

Unha función é periódica cando a súa gráfica se repite cada certo intervalo, á lonxitude de ese intervalo chámaselle período. É dicir, unha función f é periódica se verifica que $f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = \cdots$, onde T é o período.

As funcións periódicas máis importantes son as funcións trigonométricas, que son as que se poden definir a partir das razóns trigonométricas. Máis adiante estudaremos con máis detalle estas funcións, pero polo momento centrarémonos no seu carácter periódico.

A función $f(x) = \sin x$ é unha función periódica de período 2π, , xa que a súa gráfica se repite en intervalos de lonxitude 2π.

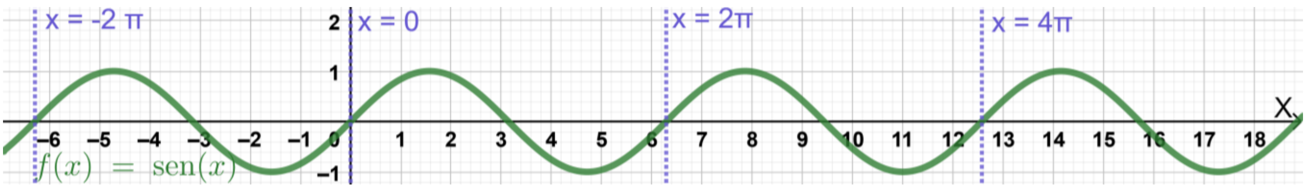

Ilustración 12: Gráfica da función seno

A función $f(x) = \cos x$ é unha función periódica de período 2π, xa que a súa gráfica se repite en intervalos de lonxitude 2π.

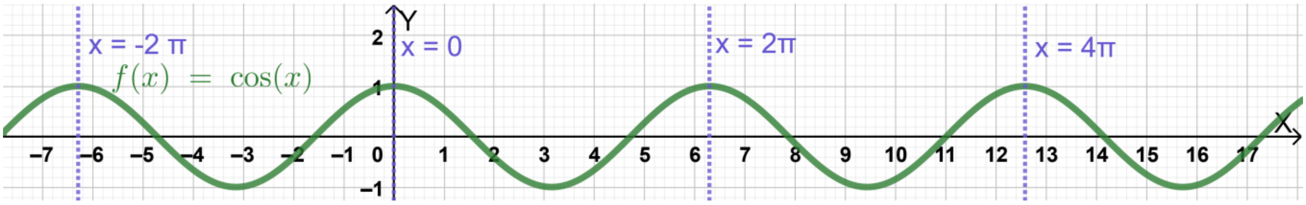

Ilustración 13: Gráfica da función coseno

A función $f(x) = \tan x$ é unha función periódica de período π, xa que a súa gráfica se repite en intervalos de lonxitude π.

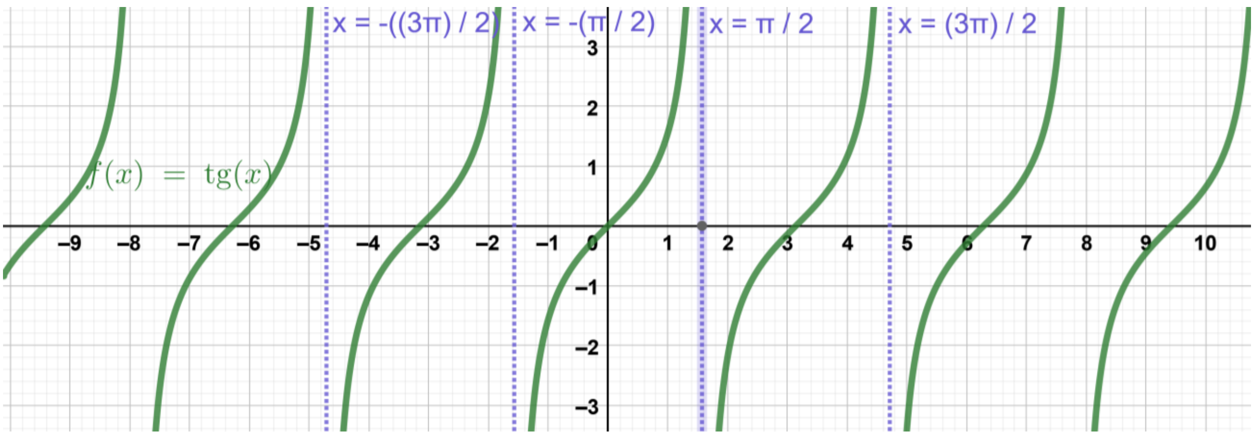

Ilustración 14: Gráfica da función tanxente

3. Operacións con funcións

3.1 Suma e resta

Dadas dúas funcións, f e g, a función suma é $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$.

A función resta obtense de maneira similar, tomando $-g(x)$ en vez de $g(x)$.

Exemplo 3.1.1: Obtén a función suma e a función resta de $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = 5 + \frac{2}{x}$

- $(f+g)(x) = x^2 + 1 + 5 + \frac{2}{x} = x^2 + 6 + \frac{2}{x}$
- $(f-g)(x) = x^2 + 1 - \left(5 + \frac{2}{x}\right) = x^2 + 1 - 5 - \frac{2}{x} = x^2 - 4 - \frac{2}{x}$

3.2 Produto e cociente

Dadas dúas funcións. f e g, a función produto é $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$ e a función cociente é $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ sempre que $g(x) \neq 0$.

Exemplo 3.2.1: Obtén as funcións produto e cociente das funcións $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x - 5$

- $(f \cdot g)(x) = (x+1)(x-5) = x^2 + x - 5x - 5 = x^2 - 4x - 5$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x+1}{x-5}$ se $x \neq 5$

3.3 A composición

A composición de funcións consiste en aplicar a unha mesma variable dúas ou máis funcións de maneira sucesiva. Vexamos un exemplo para aclarar esta idea.

Exemplo 3.3.1: Sexa $f(x) = x - 3$. A función f transforma cada número real noutro número que é tres unidades menor, por exemplo, o 5 transfórmase (mediante f) no número 2: $5 \xrightarrow{f} 2$

Consideramos, agora, a función $g(x) = x^2$, esta transforma cada número no seu cadrado. Mediante g o número 2 transfórmase no número 4: $2 \xrightarrow{g} 4$.

Se agora se encadean as dúas transformacións: $5 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 4$.

Pódese interpretar que hai unha función que pasa directamente do 5 ao 4, esta función é a que se chama composición de funcións e denótase $g \circ f$, de tal forma que, agora tense: $5 \xrightarrow{g \circ f} 4$

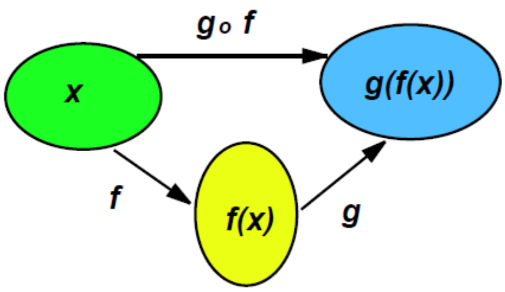

Ilustración 15: Esquema da composición de funcións

Na ilustración 15 observamos un esquema do proceso: a función f transforma x en $f(x)$ e a función g transforma $f(x)$ en $g(f(x))$. Entón, a composición $g \circ f$ transforma x directamente en $g(f(x))$.

Para calcular a fórmula da composición de funcións $g \circ f$ hai que substituír a expresión da función $f(x)$ pola x da función $g(x)$, é dicir, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Aínda que se escribe, $g \circ f$ lese "f composta con g", porque a f é a función que actúa en primeiro lugar sobre a x.

A composición de funcións non é conmutativa, é dicir, $g \circ f \neq f \circ g$. Comprobémolo cun exemplo.

Exemplo 3.3.2: Calcula $g \circ f$ e $f \circ g$ para as funcións $f(x) = x - 3$ e $g(x) = x^2$.

- $(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g(x - 3) = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f(x^2) = x^2 - 3$

3.4 A función inversa

Sexa f unha función. Chámase función inversa de f, e denótase f^{-1}, á función que verifica:

$$f \circ f^{-1} = x \text{ e } f^{-1} \circ f = x$$

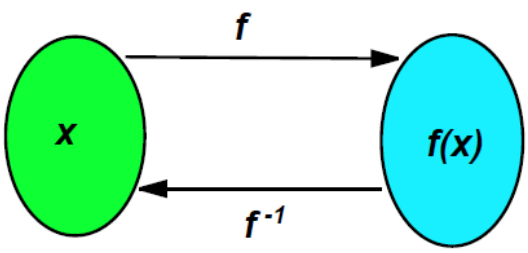

Ilustración 16: Esquema da función inversa

É dicir, $y = f(x)$ transforma a x en y e f^{-1} desfai esa transformación, transforma y en x.

Polo tanto, para calcular a función inversa dunha función intercambiaremos x por y e despexaremos y. A función que obteremos será a función inversa.

Exemplo 3.4.1: Calcula a función inversa de $f(x) = 2x - 7$.

1. Escribimos a función como $y = 2x - 7$
2. Intercambiamos x e y: $x = 2y - 7$
3. Despexamos y na nova expresión:

$$x = 2y - 7 \rightarrow x + 7 = 2y \rightarrow y = \frac{x+7}{2} = f^{-1}(x)$$

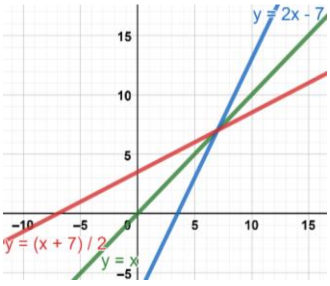

Ilustración 17: Gráfica de dúas inversas

Comprobación:

- $(f \circ f^{-1})(x) = f\left(f^{-1}(x)\right) = f\left(\frac{x+7}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x+7}{2} - 7 = x + 7 - 7 = x$
- $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}\left(f(x)\right) = f^{-1}(2x-7) = \frac{(2x-7)+7}{2} = \frac{2x-7+7}{2} = \frac{2x}{2} = x$

As gráficas de f e da súa inversa f^{-1} son simétricas con respecto da recta $y = x$, noutras palabras, se se dobra a folla de papel ao longo da recta $y = x$, as dúas gráficas coinciden.

4. Funcións elementais

4.1 Función lineal

Unha función lineal é aquela cuxa representación gráfica é unha liña recta. A súa expresión analítica é do tipo $y = mx + n$, onde m e n son números reais. O valor m chámase pendente, indica a súa inclinación, e n é a ordenada no orixe.

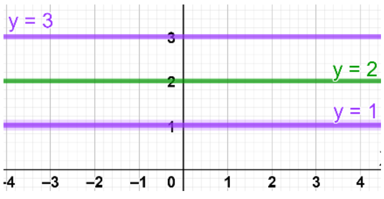

Ilustración 18: rectas da forma $y = n$

- Se $m = 0 \rightarrow y = n$, a función lineal é constante (é unha recta horizontal).
- Se $m \neq 0$
  - $n = 0 \rightarrow y = mx$, a función recibe o nome de función de proporcionalidade directa. É unha recta que pasa polo orixe de coordenadas, $(0,0)$.
  - $n \neq 0 \rightarrow y = mx + n$, a función recibe o nome de función afín. Estas rectas non pasan pola orixe de coordenadas, se non polo punto $(0, n)$.

  Ademais,
  - Se m > 0 a función é crecente
  - Se m < 0 a función é decrecente.

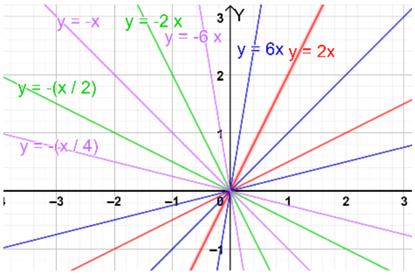

Ilustración 19: rectas da forma $y = mx$

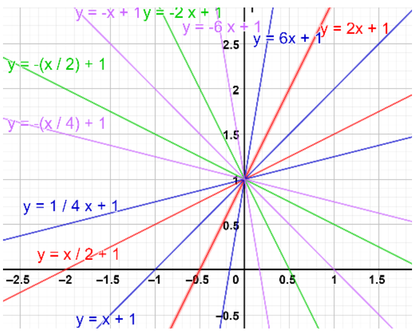

Ilustración 20: rectas da forma $y = mx + n$

Para representar unha función lineal basta encontrar dous puntos da liña recta, isto farémolo mediante unha táboa de valores onde escolleremos dous ou máis para a variable x e calcularemos os valores correspondentes de y.

4.2 Función cuadrática

Unha función cuadrática ten por expresión analítica $y = ax^2 + bx + c$, sendo $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

A súa gráfica chámase parábola e trátase dunha curva simétrica con respecto á recta vertical que pasa polo seu vértice.

- Se $a > 0$, a parábola ten un mínimo e as ramas están cara arriba.

- Se $a < 0$, a parábola ten un máximo e as ramas están cara abaixo.

Para representar unha parábola débense seguir os seguintes pasos:

1. Observar o signo de a e determinar a forma da parábola.
2. Calcular o vértice da parábola: $V = (V_x, V_y)$, onde $V_x = -\frac{b}{2a}$ e $V_y = f(V_x)$
3. Calcular os puntos de corte cos eixes (ver punto 2.2)
4. Facer unha táboa de valores (este paso pode non ser necesario).

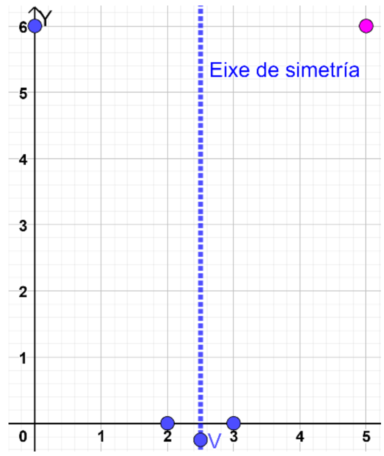

Ilustración 21: puntos característicos da parábola $y = x^2 - 5x + 6$

Exemplo 4.2.1: Representa a parábola $y = x^2 - 5x + 6$

1. $a = 1 > 0 \rightarrow$ A parábola é da forma U.
2. $V_x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$

   $V_y = f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{2} + 6 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 6 = \frac{25 - 50 + 24}{4} = -\frac{1}{4}$

   $V = (5/2, -1/4) = (2'5, -0'25)$
3. Cortes cos eixes:
   - Eixe $OX\ (y = 0): x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow (3,0) \\ 2 \rightarrow (2,0) \end{cases}$
   - Eixe $OY\ (x = 0): f(0) = 6 \rightarrow (0,6)$

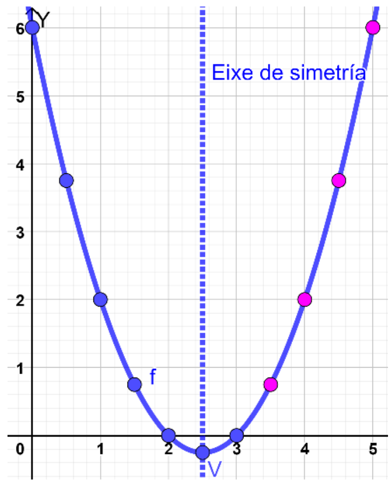

Ilustración 22: Gráfica da parábola

$y = x^2 - 5x + 6$

Nota: neste momento recoméndase representar os puntos que teñamos calculados para elixir mellor os puntos da táboa de valores. Debemos representar, tamén, a recta de simetría e os puntos simétricos aos que teñamos calculado (puntos rosas nas ilustracións 21 e 22).

Convén calcular o punto $x = 1$ e, incluso, o $x = 0{,}5$ ou $x = 1{,}5$.

x	y
$\mathbf{1}$	$1^2 - 5 \cdot 1 + 6 = 2$
$\mathbf{0,5}$	$0{,}5^2 \cdot 0{,}5 + 6 = 3{,}75$
$\mathbf{1,5}$	$1{,}5^2 - 5 \cdot 1{,}5 + 6 = 0{,}75$

4.3 Función de proporcionalidade inversa

As funcións de proporcionalidade inversa serven para relacionar magnitudes inversamente proporcionais. Son da forma $y = \frac{k}{x}$, con k un número real distinto de cero. O seu dominio é $\mathbb{R} - \{0\}$.

Cando $k > 0$ a gráfica está nos cuadrantes 1 e 3 e cando $k < 0$ a gráfica está nos cuadrantes 2 e 4.

Para representar estas funcións faremos unha táboa de valores, tendo en conta a súa forma, é dicir, daremos varios valores entre 0 e ± 1 a outros á dereita de 1 e á esquerda de -1. Podemos considerar á vez os valores positivos e negativos xa que a y obtida é a mesma pero co signo cambiado.

Exemplo 4.3.1: Representa as funcións $y = \frac{1}{x}$ e $y = -\frac{1}{x}$.

$\boldsymbol{x}$	$\pm\frac{1}{8}$	$\pm\frac{1}{4}$	$\pm\frac{1}{2}$	± 1	± 2	± 4	± 8
$\boldsymbol{y}$	± 8	± 4	± 2	± 1	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{1}{4}$	$\pm\frac{1}{8}$

$\boldsymbol{x}$	$\pm\frac{1}{8}$	$\pm\frac{1}{4}$	$\pm\frac{1}{2}$	± 1	± 2	± 4	± 8
$\boldsymbol{y}$	∓ 8	∓ 4	∓ 2	∓ 1	$\mp\frac{1}{2}$	$\mp\frac{1}{4}$	$\mp\frac{1}{8}$

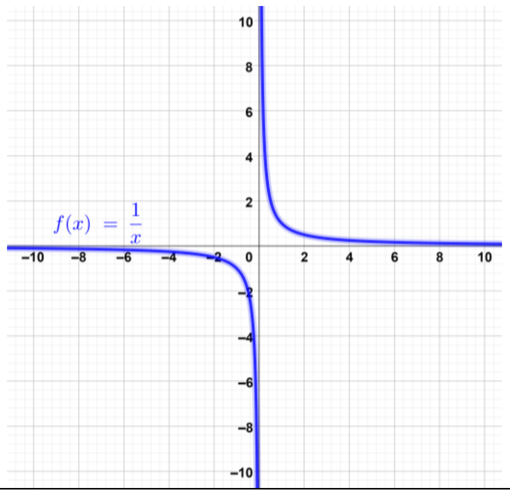

Ilustración 23: función de proporcionalidade inversa con $k > 0$

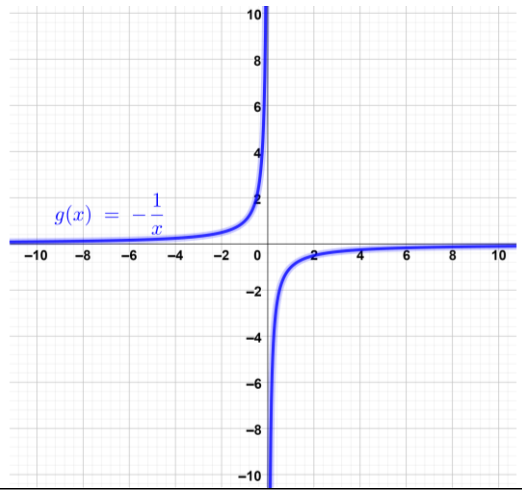

Ilustración 24: función de proporcionalidade inversa con $k < 0$

4.4 Función exponencial

Chámase función exponencial de base a, a unha función da forma $y = a^x$, onde a é un número real positivo e distinto de 1. Se a base é o número e, $f(x) = e^x$, chámase función exponencial.

Se $a > 1$ a función é crecente e se $0 < a < 1$ a función é decrecente. Ademais, todas elas pasan polo punto $(0,1)$.

Para representalas faremos unha táboa de valores collendo valores de x positivos e negativos. O seu dominio está constituído por todos os números reais e a imaxe son os números positivos.

Exemplo 4.4.1: Representa as funcións $y = 2^x$ e $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

$\boldsymbol{y = 2^x}$								
$\boldsymbol{x}$	-5	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\boldsymbol{y}$	$1/32$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1	2	4	8

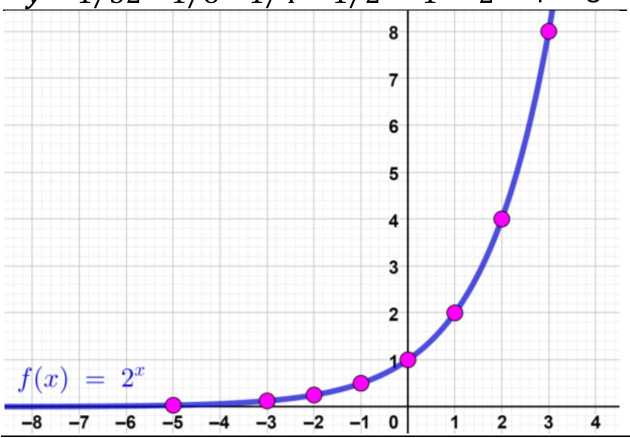

Ilustración 25: Gráfica da función $y = 2^x$

$\boldsymbol{y = (1/2)^x}$								
$\boldsymbol{x}$	-3	-2	-1	0	1	2	3	5
$\boldsymbol{y}$	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8	$1/32$

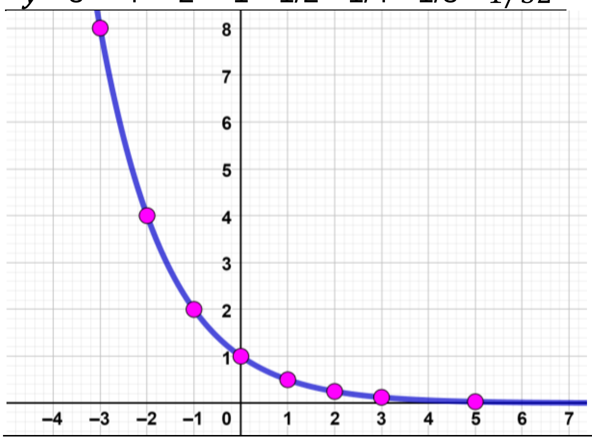

Ilustración 26: Gráfica da función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4.5 Función logarítmica

As funcións logarítmicas son da forma $y = \log_a x$ sendo a é un número real positivo e diferente de 1, chamado base. Recordemos que o argumento do logaritmo, x, ten que ser positivo, é dicir, o seu dominio é $(0, \infty)$.

As funcións logarítmicas son as inversas das exponenciais. En concreto, a inversa da exponencial de base a, $f(x) = a^x$, é a función logarítmica de base a, $f^{-1}(x) = \log_a x$. En particular, a inversa da función exponencial é a función logaritmo neperiano ($g(x) = e^x, g^{-1}(x) = \ln(x)$).

Como as funcións logarítmicas e as exponenciais son inversas, as súas gráficas son simétricas respecto á recta $y = x$ (a identidade).

Para representar estas funcións faremos unha táboa de valores, collendo varios valores entre 0 e 1 e outros maiores que 1 (intentando escoller aqueles que dean un valor enteiro).

Exemplo 4.5.1: Representa as funcións $y = \log_2 x$ e $y = 2^x$ no mesmo eixe.

$y = 2^x$								
x	-5	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$1/32$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1	2	4	8

$y = \log_2 x$								
x	$1/32$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1	2	4	8
y	-5	-3	-2	-1	0	1	2	3

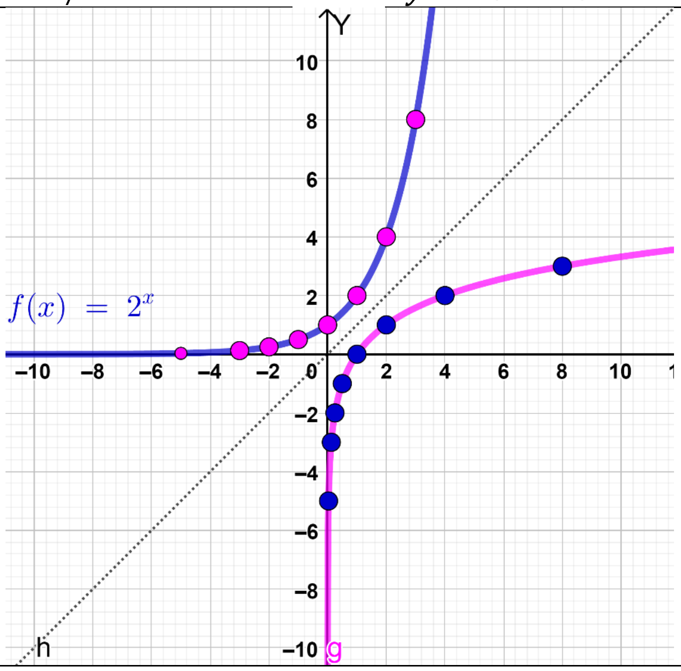

Ilustración 27: Gráfica das funcións $y = 2^x$ e $y = log_2 x$

Observación: os valores de x e de y intercámbianse, polo que non é necesario facer os cálculos de ambas táboas.

4.6 Función radical

Unha función radical é aquela función na que aparece un radical, ou o que é o mesmo unha raíz.

O comportamento de ditas funcións é distinto dependendo de se o índice da raíz é par ou impar.

A raíz cadrada é a operación inversa de elevar ao cadrado, polo que as súas gráficas teñen que ser simétricas con respecto á identidade (recta $y = x$).

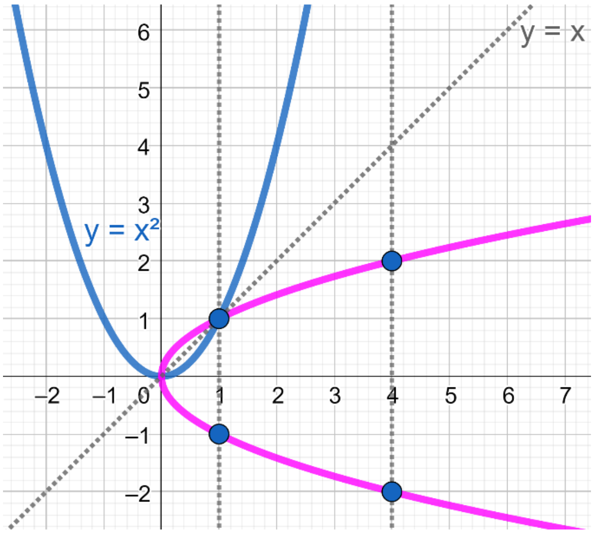

Ilustración 28: Gráficas das funcións $y = x^2, y = \sqrt{x}$ e $y = -\sqrt{x}$

Sen embargo, esta representación non é unha función, xa que para o mesmo valor de x téñense dous valores de y. Polo tanto, para levar a cabo a representación dunha función radical de índice dous (ou par) tense que especificar o signo que se vai utilizar.

Para representalas faremos unha táboa de valores tendo en conta o seu dominio e tomando, preferentemente, valores para os cales a raíz sexa un número enteiro.

Recordemos que o dominio destas funcións está formado polos valores para os que o radicando é positivo.

Exemplo 4.6.1: Representa a función $y = \sqrt{x}$

x	y
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4

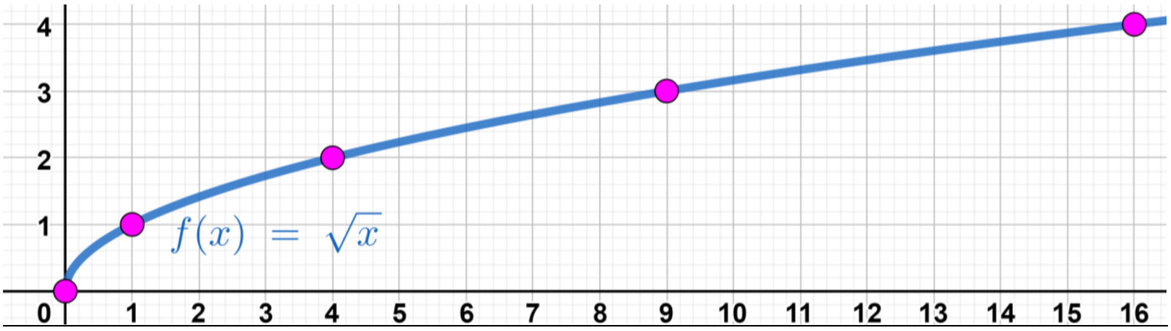

Ilustración 29: Gráfica da función $y = \sqrt{x}$

4.7 Funcións definidas a anacos

Unha función definida a anacos é unha función cuxa definición cambia segundo o valor que toma a variable x. Dito doutra forma é unha función formada por anacos doutras funcións.

Para representalas seguiranse os pasos explicados con anterioridade, pero tendo en conta o dominio no que está definido cada anaco.

Exemplo 4.7.1: Representa a seguinte función definida a anacos: $f(x) = \begin{cases} x^2 \; se \; x < 0 \\ x \; se \; 0 \le x < 1 \\ 1 \; se \; x \ge 1 \end{cases}$

Este exemplo ten tres anacos, cada un deles expresado nunha liña da definición. En cada liña escríbese: en primeiro lugar, a que función pertence o anaco; e en segundo, a parte do eixe X sobre o cal hai que debuxalo.

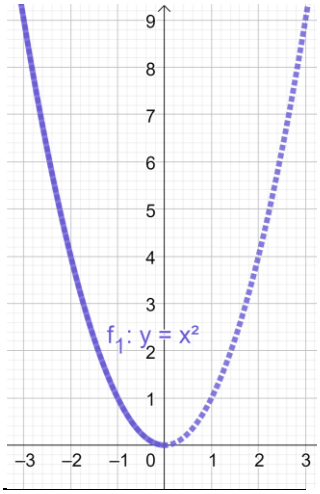

Ilustración 30: Gráfica da función $y = x^2$

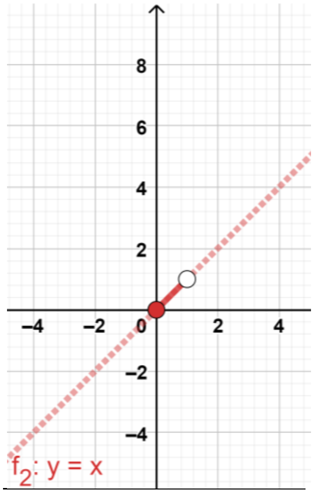

Ilustración 31 Gráfica da función $y = x$

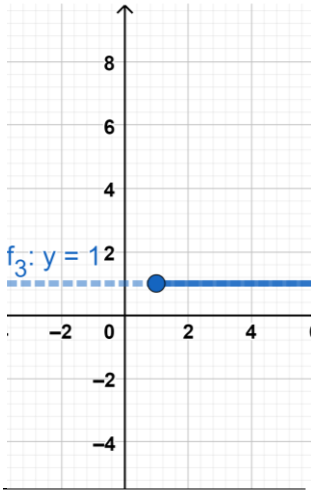

Ilustración 32: Gráfica da función $y = 1$

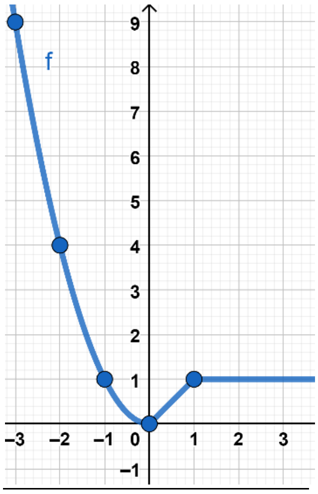

Ilustración 33: Gráfica dunha función definida a anacos

Nestas gráficas representáronse cada un dos tres anacos que interveñen na definición. Agora, para debuxar a función $f(x)$ o único que hai que facer é poñer os tres anacos xuntos no mesmo debuxo.

4.7.1 Función valor absoluto

A función valor absoluto é un caso particular de función definida a anacos, é a función que asigna a cada número real x o seu valor absoluto $|x|$. O valor absoluto dun número real é o propio número, se o número é positivo ou cero; e o seu oposto, se o número é negativo. Polo tanto a función valor absoluto defínese como:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x \; se \; x \geq 0 \\ -x \; se \; x < 0 \end{cases}$$

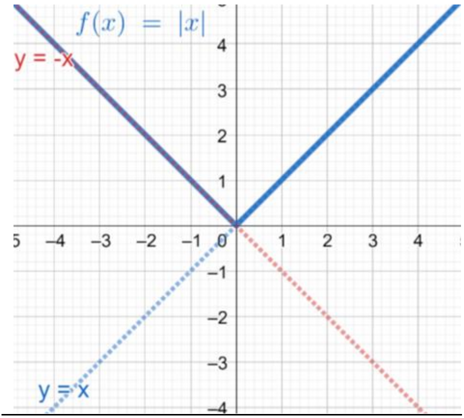

Ilustración 34: Gráfica da función $y = |x|$

Licenzas das ilustracións

Ilustración	Recurso
Ilustración 1:Representación gráfica da relación R	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 2: Exemplo gráfico de función	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 3: Exemplo gráfico dunha relación que non é función	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 4: Gráfica de ofertas de emprego de Galicia	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 5: Gráfica dunha función con dominio infinito	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 6: Gráfica dunha función con dominio finito	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 7: Gráfica dunha función con imaxe descontinua	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 8: Gráfica dunha función con imaxe continua	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 9: Cortes cos eixes graficamente	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 10: Función par	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 11: Función impar	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 12: Gráfica da función seno	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 13: Gráfica da función coseno	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 14: Gráfica da función tanxente	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 15: Esquema da composición de funcións	Autoría: Licencia: Procedencia: Guías para o bacharelato (LOMCE), Consellería de Cultura, Educación, Formación Profesional e Universidades
Ilustración 16: Esquema da función inversa	Autoría: Licencia: Procedencia: Guías para o bacharelato (LOMCE), Consellería de Cultura, Educación, Formación Profesional e Universidades
Ilustración 1735: Gráfica de dúas inversas	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 18: rectas da forma $y = n$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 19: rectas da forma $y = mx$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 20: rectas da forma $y = mx + n$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 21: puntos característicos da parábola $y = x^2 - 5x + 6$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 22: gráfica da parábola $y = x^2 - 5x + 6$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 23: función de proporcionalidade inversa con $k > 0$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 24: función de proporcionalidade inversa con $k < 0$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 25: Gráfica da función $y = 2^x$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 26: Gráfica da función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 27: Gráfica das funcións $y = 2^x$ e $y = log_2 x$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 28: Gráficas das funcións $y = x^2, y = \sqrt{x}$ e $y = -\sqrt{x}$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 29: Gráfica da función $y = \sqrt{x}$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 30: Gráfica da función $y = x^2$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 31: Gráfica da función $y = x$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 32: Gráfica da función $y = 1$	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 33: Gráfica dunha función definida a anacos	Autoría: Elaboración propia
Ilustración 34: Gráfica da función $y = \|x\|$	Autoría: Elaboración propia