



LÍMITES E CONTINUIDADE

Resumo

- O límite da función $f(x)$ cando x tende a c é L , é dicir, $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$, se a medida que x se aproxima ao número c , $f(x)$ aproxímase ao número L .
- O límite dunha función nun punto existe, se e só se, existen os límites laterais e son iguais:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \leftrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L \\ \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L \end{cases}$$

- Cálculo de límites nun punto:

Para calcular o límite dunha función nun punto, o primeiro que hai que facer é substituír o valor ao que tende x na función. Pode que o límite exista e o problema estea resolto. Se non é así, aparecerá unha indeterminación:

- As indeterminacións do tipo $\frac{0}{0}$, cando se ten un cociente de polinomios, resólvense factorizando numerador e denominador e simplificando os factores que os anulen.
 - Se a indeterminación é $\frac{0}{0}$, pero aparece algunha expresión irracional (raíz), no numerador ou no denominador, multiplícase e divídese pola expresión conxugada.
- Cálculo de límites no infinito:

Os límites no infinito, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, calcúlanse substituíndo ∞ na función e realizando as operacións correspondentes. De novo poden aparecer indeterminacións:

- As indeterminacións do tipo $\frac{\infty}{\infty}$, cando se ten un cociente de polinomios, resólvense dividindo todos os monomios entre o monomio de maior grao do denominador.
 - As indeterminacións do tipo $\infty - \infty$, cando se ten unha resta de polinomios, resólvense operando os polinomios.

Para calcular os límites cando $x \rightarrow -\infty$, utilízase o feito seguinte, para transformalos en límites cando $x \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x)$$

- Unha función f é continua nun punto c se $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$.
- Se unha función f non é continua nun punto c , a descontinuidade no punto pode ser de diferentes tipos:
 - Descontinuidade evitable. Cando existe o límite $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$, pero este valor non coincide con $f(c)$, ou ben $f(c)$ non existe.
 - Descontinuidade inevitable de salto finito. Cando existen os límites laterais, pero son distintos. A lonxitude do salto é a diferenza entre os dous límites laterais.
 - Descontinuidade inevitable de salto infinito. Cando algún dos límites laterais, ou ambos, é infinito.
- Unha asíntota é unha recta á que a función se aproxima. Poden ser de tres tipos:



- Se $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k$, sendo k un número, $y = k$ é unha asíntota horizontal da función.
- Se $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm\infty$, sendo c un punto de descontinuidade da función, $x = c$ é unha asíntota vertical da función.
- Se $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m$, sendo m un número distinto de 0, $y = mx + n$ é unha asíntota oblicua da función. Para calcular n utilizamos a fórmula $n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$.