MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. Porcentaxes

1.1 Diminucións e aumentos porcentuais

As porcentaxes son unhas das expresións matemáticas máis usadas na vida cotiá. Aparecen en multitude de situacións "rebaixas do 20%", " o paro diminuíu no último mes un 0,2%", "85,65% da poboación española posúe as dúas doses da COVID-19",... Vexamos como se calculan as porcentaxes.

Para calcular o porcentaxe dunha cantidade, multiplicamos esa cantidade polo tanto por cento dividido entre 100.

$$\boldsymbol{a}\,\%\ \boldsymbol{de}\ \boldsymbol{C} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{100}}\cdot \boldsymbol{C}$$

Lembra que: % significa "de cada cen" e outra forma de expresar as porcentaxes é en forma decimal, isto é, 24% =24/100=0,24.

A **diminución porcentual** consiste en diminuír unha cantidade inicial C_o un a% e isto equivale a calcular o $(\boldsymbol{100}-\boldsymbol{a})\%\ \boldsymbol{de}\ \boldsymbol{C_o}$

O número polo que se multiplica a cantidade inicial para obteres a cantidade final se lle chama índice de variación, neste caso é: $IV = 1-\frac{a}{100}$

<u>Exemplo 1</u>

Unha máquina de facer fotocopias custa 6000€ e ten un desconto do 15%, qué prezo pagarase por ela?Cal é o índice de variación?

Se lle aplica un desconto do 15% $\Rightarrow (100-15\%) = 85\% \Rightarrow 85\%\ \text{de}\ 6000 = \frac{85}{100}\cdot 6000 = 5100€$

O índice de variación é IV=0,85

Este problema tamén se podería facer calculando primeiro o desconto e logo restalo ao prezo inicial:

15 % de 6000=900⇒ 6000-900=5100€

O **aumento porcentual** consiste en aumentar unha cantidade inicial C_o un a% e isto equivale a calcular o $(\boldsymbol{100}+\boldsymbol{a})\%\ \boldsymbol{de}\ \boldsymbol{C_o}$

O número polo que se multiplica a cantidade inicial para obteres a cantidade final se lle chama índice de variación, neste caso é: $IV = 1+\frac{a}{100}$

Exemplo 1

Unha estantería para o salón, antes de aplicar o 21% de IVA costa 1880€, canto pagará finalmente o cliente? Cal é o índice de variación?

Se lle aplica un aumento do 21% $\Rightarrow (100 + 21\%) = 121\% \;\Rightarrow$

$121\ \%\ de\ \ 1880 = \frac{121}{100} \cdot 1880 = 2274{,}80€$

O índice de variación é IV=1,21

Este problema tamén se podería facer calculando o aumento e logo sumalo ao prezo inicial:

21% de 1880=394,8 $\Rightarrow 1880 + 394{,}8 = 2274{,}80€$

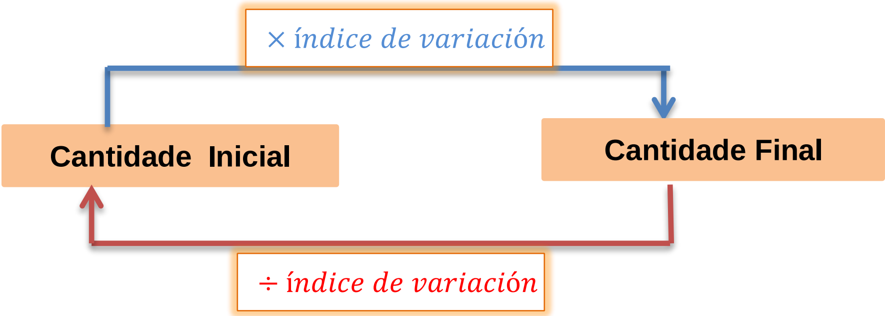
Exemplo 2

Paguei por un pantalón 50€ e fixéronme un desconto do 30%, cal era o prezo inicial?

Se o desconto é do 30% paguei o 70% do pantalón iso equivale a 50€ polo tanto podemos deducir que temos que dividir a cantidade final entre o índice de variación 50:(0,70)=71,43€

Tamén se pode chegar a solución facendo unha regra de tres 50€ lle corresponde o 70% e calcular, cal é o valor que lle corresponde ao 100%.

Despois dos exemplos anteriores pódese concluír:



1.2 Porcentaxes encadeadas

Chamamos porcentaxes encadeadas a sucesivos aumentos ou diminucións porcentuais aplicados sobres unha cantidade. A hora de facer estes exercicios temos que ter coidado coas cantidades as que lle temos que aplicar os tantos por cen. Estes problemas son moito máis sinxelos se utilizamos os índices de variación e se temos en conta que o esquema anterior podemos deducir que:

$$C_{final} = (IV_1 \cdot IV_2 \cdot \ldots \cdot IV_n) \cdot C_{inicial}$$

Vexamos un exemplo curioso.

Exemplo

Un frigorífico que custaba o ano pasado 1000€ aumentou o seu prezo nun 50%. Ao compralo este ano, nos rebaixaron un 50%. Cal é o prezo que imos pagar ? Cal é o tanto por cento que pagamos? ***Poderíamos pensar que o prezo é o mesmo****!!* Vexamos que isto non é certo.

Aumento do $50\% \Rightarrow 150\% = 1{,}50(\acute{\imath}ndice\ de\ variación)$

Desconto do $50\% \Rightarrow 50\% = 0{,}50(\acute{\imath}ndice\ de\ variación)$

Cantidade final = $1000 \cdot 1{,}50 \cdot 0{,}50 = 750€$

Índice de variación total = $1{,}50 \cdot 0{,}50 = 0{,}75$

Este valor indica que se paga o 75% do prezo inicial, ou o que finalmente nos fixeron unha rebaixa do 25%

2. Intereses Bancarios

O interese I, é unha cantidade de diñeiro que produce un capital C_o depositado nunha entidade financeira nun determinado tempo. O rédito r, é o tanto por cento anual que paga a entidade financeira por depositar nel un diñeiro. Na linguaxe coloquial usamos expresión do tipo "un 3% de intereses", cando en realidade nos estamos a referir ao rédito.

O **interese simple I,** é o beneficio que orixina unha cantidade de diñeiro denominada Capital, C_o, nun tempo expresado en anos, t, a un rédito anual r%.

$$\boldsymbol{I = C_o \cdot r \cdot t}$$

O interese é simple cando os beneficios obtidos retíranse ao finalizar o período de tempo, sen reinvestilos. Polo tanto o capital sobre o que se reciben os intereses sempre é o mesmo. Neste caso, o capital final, C_f , é igual ao inicial, C_o , máis os intereses obtidos: $C_f = C_o + I$.

Se t non está en anos adaptarase a fórmula, tanto no tempo coma no intereses, vexamos diferentes situacións.

<u>Exemplo 1</u>

Deposítanse 3000€ a un intereses simple do 6% anual durante dous anos. Qué capital obteremos ao finalizar ese tempo?

$C_o = 3000€$

$r = 6\%$

$t = 2anos$

Calculamos os intereses ou beneficio:

$I = C_o \cdot r \cdot t = 3000 \cdot 6\% \cdot 2 = 3000 \cdot 0{,}06 \cdot 2 = 360€$

Capital final= 3000+360=3360€

Teremos 33360 €, ao finalizar o tempo.

<u>Exemplo 2</u>

Se o banco ofrece un rédito do 3,5% anual e durante 5 anos obteranse 1050€ en intereses, cal foi o capital que se inverteu?

$r = 3{,}5\%$

$t = 5anos$

$I = 1050€$

$Temos\ que\ calcular\ o\ capital\quad I = C_o \cdot r \cdot t \Rightarrow 1050 = C_o \cdot 3{,}5\% \cdot 5 \Rightarrow$

$$C_o = \frac{1050}{0{,}035 \cdot 5} = 6000€$$

Invertemos 6000€

<u>Exemplo 3</u>

Deposítanse 4500€ a un interese anual no 5,4% durante 3 meses, a canto ascenden ditos intereses?

C_o=4500 €

t= 3meses

r= 5,4% como un ano ten 12 meses o novo $r = \frac{5{,}4\%}{12}$

$$I = 4500 \cdot \frac{5{,}4\%}{12} \cdot 3 = \frac{4500 \cdot 0{,}054 \cdot 3}{12} = 60{,}75€$$

Os intereses ascenden a 60,75€

O **interese composto I**, os beneficios que orixinan unha cantidade de diñeiro e os seus intereses non se retiran o finalizar cada período de inversión, senón que se engaden ao capital e se reinvisten. Vexamos un exemplo para entender como se obtén a fórmula.

Exemplo

Se depositamos nun banco unha cantidade C_o de euros a un 5% anual durante 3 anos, e non retiramos os intereses, cal é cantidade final?

1º ano obtemos : $C_1 = C_o + I = C_o + C_o.5\%.1 = C_0 \cdot (1 + 0{,}05)$

2º ano obtemos: $C_2 = C_1 + I = C_1 + C_1.5\%.1 = C_1(1 + 0{,}05) = C_0(1 + 0{,}05)^2$

3º ano obtemos: $C_3 = C_2 + I = C_2 + C_2.5\%.1 = C_2(1 + 0{,}05) = C_0(1 + 0{,}05)^3$

Observamos que o expoñente coincide cos anos *t*

Co que concluímos, o Capital final, C_f, obtido ao investir un capital inicial, C_0, a un rédito, r%, durante un tempo, t, a interese composto é: $\boldsymbol{C_f = C_o(1 + r)^t}$

Se o tempo t, non está expresado en anos a fórmula varía, xa que varía o rédito r%, e deberemos interpretar a fórmula. O período de Capitalización é o tempo no que se aboan os intereses dun capital, a miúdo os intereses se aboan trimestralmente, mensualmente..., se chamamos "n" o número de veces o ano que se aboan obtemos a seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{C_f = C_o\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}}$$

Exemplo 1

Calcula o capital acumulado durante 10 anos con 12000€ colocados ao 4% anual, se os pagos son trimestrais.

Se interpretamos a fórmula $C_o = 12000$ como os pagos son trimestrais, cada ano cobramos catro veces os intereses, polo que os periodos de capitalización son $4 \cdot 10 = 40$, o rédito tamén é trimestral r= $\frac{4\%}{4} = 1\%$,, polo que a fórmula nos queda:

$C_f = 12000 \cdot (1 + 1\%)^{10\cdot 4} = 12000 \cdot 1{,}01^{\,40} = 17866{,}36€$

O capital acumulado é: 17866,36€

Exemplo 2

Calcula o tempo ao que deben estar prestados 1000€ ao 6% de interese composto anual, para que se convertan en 1504€.

Aplicamos a fórmula $1504 = 1000 \cdot (1 + 0{,}06)^t \Rightarrow 1{,}504 = 1{,}06^t$; obtemos unha ecuación exponencial, para resolvela aplicamos logaritmos: $log1{,}504 = log1{,}06^t \Rightarrow log1{,}504 = tlog1{,}06$

$\Rightarrow t = \dfrac{log1{,}504}{log1{,}06} = 7{,}0042 \approx 7anos$

3. Taxas e números índices

A taxa é un coeficiente que expresa a relación entre a cantidade e a frecuencia dun fenómeno ou un grupo de números. Utilízase para indicar a preferencia dunha situación que non pode ser medida de forma directa. Dito coeficiente utilízase en diferentes ámbitos como economía ou demografía.

A taxa de natalidade é un indicador social. En toda taxa dáse a cantidade que interesa en relación a unha cantidade de referencia. Neste caso a taxa de natalidade indica o número de nacementos por cada 1000 persoas durante un ano. A fórmula sería a seguinte:

Taxa de natalidade = $\frac{número\ de\ nacidos \cdot 1000}{número\ de\ habitantes}$

Expresións como "durante o 2021 a taxa de natalidade de Marrocos é de 18,10 $^{\circ}/_{\circ\circ}$", o que quere dicir é que en Marrocos naceron 18,10 bebés por cada 1000 habitantes. Ou "taxa de paro do 12%" o que nos indica que de cada 100 persoas 12 atópanse no paro.

T.A.E " taxa anual equivalente"

Nas contas de aforro cando os períodos de capitalización son inferiores a un ano, os intereses anuais producidos por un certo capital son superiores ao rédito que declara o banco. Chámase taxa anual equivalente, T.A.E. ao tanto por cento de crecemento total do capital durante un ano.

Nos préstamos bancarios, a T.A.E., é tamén, superior ao rédito declarado. Para o seu cálculo inclúese os pagos fixos, comisións e gastos, que cobra o banco para conceder o préstamo.

Exemplo

Calcula T.A.E. correspondente a un rédito anual do 8% con pago mensual de intereses?

Ao 8% anual lle corresponde un $\frac{8}{12} = 0{,}6666\%$ mensual

Cada mes, o capital multiplícase por 1,006666

Nun ano multiplícase por $1{,}006666^{12} = 1{,}082999 \ldots = 1{,}083 = 1 + \frac{8{,}3}{100}$

A T.A.E correspondente a un 8% anual con períodos de capitalización mensuais é, polo tanto do 8,3%

Números índices "IPC"

Un número índice, NI, é unha medida estatística que permite estudar a variación dunha determinada magnitude económica ao longo do tempo.

$$NI = \frac{Medida\ actual\ da\ magnitude}{Medida\ antiga\ da\ magnitude}$$

Especialmente importante é o **índice de prezos ao consumo,** IPC. Mide a evolución no tempo dos bens e servizos que consume a poboación dun país, o encargado de estudar este índice é o INE instituto nacional de estatística. Para elaboración do IPC tense en conta a importancia dos diferentes produtos que forman parte do consumo habitual e as súas ponderacións, é lóxico pensar que non se gasta o mesmo en alimentación que en transporte ni que en hoteis,... por iso cada un dos grupos nos que se dividen os bens e servizos que consume un país ten unha ponderación diferente, ao igual que os produtos que se teñen en conta tamén van cambio segundo os anos, por exemplo nos últimos anos entraron na cesta da compra produtos como máscaras hixiénicas e elimináronse produtos coma DVD. Para el calcular do IPC os bens e servizos están divididos en 12 grupos que se dividen en 41 subgrupo. A continuación podemos ver a táboa dos diferentes grupos e as súas ponderacións para o ano 2022.

Grupo	Sectores	Ponderaciones (%)
1	Alimentación y bebidas no alcohólicas	22,6
2	Bebidas alcohólicas y tabaco	3,1
3	Vestido y calzado	6,0
4	Vivienda	14,2
5	Menaje	5,8
6	Medicina	4,4
7	Transporte	13,0
8	Comunicaciones	3,6
9	Ocio y cultura	6,4
10	Enseñanza	1,6
11	Hoteles, cafés y restaurantes	13,0
12	Otros	6,3

Ilustración 1. Táboa do IPC.

Máis que no cálculo do valor do IPC en cada momento, do que se encarga o INE, solemos falar das variacións porcentuais que sufre respecto ao mes ou ano anterior. Interpretemos algunha frase relativa e este concepto.

Exemplo

Interpretemos a seguinte frase “O IPC subiu en maio un 0,28% co que se acumula unha subida anual do 3,56%”

En maio, o global dos prezos ao consumo subiu un 0,28%, é dicir, os prezos globalmente multiplicáronse por 1,0028.

Dende final de maio do ano pasado ata o 31 de maio deste ano, os prezos subiron un 3,56%.

4. Anualidades de capitalización

Capitalizarse é ir aumentando o capital que se ten en propiedade. Unha anualidade de capitalización a, é unha cantidade que se deposita anualmente nunha entidade financeira a interese composto para conseguir ao cabo de certo tempo un capital determinado.

Supoñamos que ao principio de cada ano se ingresa unha anualidade a e deséxase calcular o capital que se formou ao cabo de t anos, a un rédito r % anual de interese composto, como podemos ver na seguinte táboa:

Anualidade €	Anos	Capital
a	t	$a(1+r)^t$
a	$t-1$	$a(1+r)^{t-1}$
a	$t-2$	$a(1+r)^{t-2}$
...	...	...
a	2	$a(1+r)^2$
a	1	$a(1+r)$

Se observamos os termos que se atopan na última columna, vemos que entre eles hai unha relación e se facemos memoria trátase dos termos dunha progresión xeométrica de razón (1+r), polo que aplicando a fórmula da suma dos n- termos de ditas progresións podemos calcular o capital *C* que imos obter.

$$C = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3 + \ldots + a(1+r)^{t-1} + a(1+r)^t$$

Aplicando a fórmula da suma dos n-termos dunha progresión xeométrica:

$$\boldsymbol{C = \frac{a\cdot(1+r)^t\cdot(1+r) - a\cdot(1+r)}{(1+r)-1} = \frac{a(1+r)\cdot[(1+r)^t - 1]}{r}}$$

Se o que queremos é calcular as anualidades que teremos que entregar usaremos a mesma fórmula despexando o valor da a.

RECORDA: Unha sucesión $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n,}$ dise que é unha sucesión xeométrica, se cada termo, excepto o primeiro, obtense do anterior multiplicándoo por unha cantidade constante, r, chamada razón. E pódese demostrar que a suma dos n-termos dunha progresión xeométrica é

$$\boldsymbol{S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}}$$

Se os períodos de capitalización non son anuais a fórmula varía. No caso de depositar "n" veces ao ano unha anualidade cun rédito r% durante t anos o capital será:

$$\boldsymbol{C = \frac{a\left(1+\frac{r}{n}\right)\cdot\left[\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}-1\right]}{\frac{r}{n}}}$$

Un exemplo típico de capitalización son os plans de pensións. Vexamos algúns exemplos.

Exemplo 1

Unha entidade bancaria ofrece un plan de pensións de modo que durante 15 anos debemos achegar 600 euros ao 8% Que capital teremos ao finalizar o prazo?

$A\ anulidade\ \ a = 600€$

$r = 8\%$

$t = 15\ anos$

Aplicamos a fórmula anterior:

$$C = \frac{a\cdot(1+r)\cdot[(1+r)^t - 1]}{r} = \frac{600\cdot(1+0{,}08)\cdot[(1+0{,}08)^{15}-1]}{0{,}08} =$$

$$= \frac{600\cdot 1{,}08\cdot[1{,}08^{15}-1]}{0{,}08}$$ = 17594,57€

Teremos un capital de 17594,57€

Exemplo 2

Unha persoa ingresa 60€ mensuais nun plan de pensións ao 4%. Qué capital terá acumulado ao cabo de 30 anos?

$Mensualidade\ \ \ a = 60€$

$Rédito\ \ \ \ r = 4\% = 0{,}04\ \ iste\ é\ anual\ no\ noso\ caso\ entre\ 12\ meses$

$Tempo\ \ \ \ t = 30\ anos\ cada\ ano\ ten\ 12\ \ meses\ os\ períodos\ serán\ 12\cdot 30$

$$C = \frac{60(1+\frac{0{,}04}{12})\left[\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{12\cdot 30}-1\right]}{\frac{0{,}04}{12}} = 41782€$$

Terá un capital de 41782€

Exemplo 3

Podemos aforrar todos os anos 500€, nun plan de xubilación que nos ofrece uns intereses do 6% anual, canto tempo deberemos pagar para obteres un capital de 12336€?

$Anualidade \quad a = 500€$

$Rédito \quad r = 6\%$

$Capital\ final = 12336€$

Aplicando a fórmula $12336 = \frac{500(1+0{,}06)[(1+0{,}06)^t - 1]}{0{,}06} \Rightarrow$

$12336 \cdot 0{,}06 = 500(1{,}06)[(1{,}06)^t - 1] \Rightarrow$

$740{,}16 = 530[(1{,}06)^t - 1] \Rightarrow 1{,}40 = [(1{,}06)^t - 1] \Rightarrow$

$2{,}40 = 1{,}06^t \Rightarrow Ecuación\ exponencial\ aplicamos\ de\ novo\ logaritmos$

$$log 2{,}40 = log 1{,}06^t \Rightarrow t = \frac{log 2{,}40}{log 1{,}06} = 15{,}0246 \ldots \approx 15\ anos$$

Teremos que pagar durante 15 anos.

5. Anualidades de amortización

Na vida real é moi frecuente pedir un préstamo ou crédito a un banco ou entidade financeira, adquirindo unha débeda, que deberemos devolver nun prazo de tempo. Un exemplo disto son as hipotecas, que non é máis cun préstamo que concede o banco para adquirir unha vivenda.

Un **crédito** é unha cantidade de diñeiro que se pide prestado e que se debe devolver cun determinado interese nun certo tempo. **Amortizar** un crédito é devolver a cantidade pedida e os seus intereses. A **débeda,** que se debe pagar dunha cantidade prestada D, a un *r %* durante t anos nun único pago é:

$$Débeda\ total = D(1+r)^t$$

Unha anualidade de amortización a, é a cantidade que se aboa cada ano para pagar con ela a débeda e os intereses que esta xenera.

Vexamos coa axuda da seguinte táboa como obter a fórmula

- A débeda total é $D(1+r)^t$
- As anualidades que se van pagando van xenerando uns intereses compostos que cas seguintes anualidades van pagando a débeda.

Anualidade €	Anos que produce	Capital +intereses
a	$t-1$	$a(1+r)^{t-1}$
a	$t-2$	$a(1+r)^{t-2}$
a	$t-3$	$a(1+r)^{t-3}$
...	...	...
a	1	$a(1+r)$
a		a

A cantidade que se lle paga a entidade é a suma dos termos da última columna que coma no anterior apartado trátase dunha progresión xeométrica de razón, (1+r), dita suma deberá coincidir ca débeda e os seus intereses así que obtemos:

$$\mathrm{D}\cdot\ (1+\mathrm{r})^{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{a}\cdot(1+\mathrm{r})^{\mathrm{t}-1}\cdot(1+\mathrm{r})-\mathrm{a}}{(1+\mathrm{r})-1}=\frac{a[(1+r)^{t}-1]}{r}$$

Se despexamos o valor da anualidade que é o que nos interesa obtemos

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{r}\cdot(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{t}}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{t}}-\mathbf{1}}$$

Coma nos demais casos, os pagos poderán realizarse ao ano, ao trimestre....O exemplo máis típico de crédito son as hipotecas e os pagos realízanse mensualmente, sendo “n” o número de pagos a fórmula nos queda:

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{D}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{n}}\cdot\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{n}}\right)^{\boldsymbol{nt}}}{\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{n}}\right)^{\boldsymbol{nt}}-\mathbf{1}}$$

<u>Exemplo 1</u>

Un préstamo de 90000€ cun interese do 9,5% anual deberase devolver en 25 anos. Cal é a cantidade anual?

$D = 90000€$

$r = 9{,}5\%\ anual$

$t = 25 anos\ temos\ todos\ os\ datos\ aplicamos\ a\ fórmula:$

$$a = \frac{90000(1+0{,}095)^{25}0{,}095}{(1+0{,}095)^{25}-1} = 9541{,}37€$$

Teremos que devolver anualmente 9541,37€

Coa calculadora pódese facer a operación toda xunta pero teremos que ter coidado coas parénteses.

<u>Exemplo 2</u>

Calcula a mensualidade que teremos que pagar para devolver 60000€ ao 3,5% de intereses composto durante 10 anos.

$D = 60000€$

$r = 3{,}5\%\ anual\ o\ seres\ mensual\ é\ \frac{3{,}5}{12}$

$t = 10 anos \quad n = 12 plazos$

$Agora\ os\ períodos\ de\ amortización\ son\ mensuais\ aplicamos\ na\ fórmula\ cambia\ o\ rédito:$

$$a = \frac{60000\left(1+\frac{0{,}035}{12}\right)^{10\cdot 12}\frac{0{,}035}{12}}{\left(1+\frac{0{,}035}{12}\right)^{10\cdot 12}-1} = 593{,}32€$$

Mensualmente teremos que devolver 593,32€

Outra aplicación dentro deste apartado será a elaboración de Táboas de amortización, estas conteñen información como:

- Datas de cobro de cada anualidade.
- Parte da anualidade destinada a amortizar intereses.
- Parte da anualidade destinada a amortizar capital(débeda).
- A anualidade.
- A débeda pendente despois de cada cobro.

Vexamos un exemplo da elaboración dunha táboa de amortización:

Exemplo

Elabora a táboa de amortización dun préstamo de 22000€ ao 8,5% anual durante 6 anos. A data do préstamo comeza no 2021.

$Os\ datos\ son$:

$D = 22000€$

$r = 8{,}5\% = \frac{8{,}5}{100} = 0{,}085$

$t = 6anos$

Calculemos as anualidades que temos que facer cada ano para amortizar o préstamo a fórmula é:

$$a = \frac{\boldsymbol{D \cdot r \cdot (1+r)^t}}{\boldsymbol{(1+r)^t - 1}} \Rightarrow a = \frac{22000 \cdot 0{,}085 \cdot 1{,}085^6}{1{,}085^6 - 1} = 4831{,}36€\ a\ pagar$$

Intereses dos 22000€ no primeiro ano, $2022 \Rightarrow I = 22000 \cdot 0{,}085 = 1870€$

Capital amortizado: $4831{,}36 - 1870 = 2961{,}36€$ o primeiro ano

Capital pendente: $22000 - 2961{,}36 = 19038{,}64€$ e así sucesivamente cada ano obtense a seguinte táboa:

Anos	Anualidade €	Intereses €	Capital amortizado €	Capital pendente €
2021				22000
2022	4831,36	1870	2961,36	19038,64
2023	4831,36	1618,28	3213,08	15825,56
2024	4831,36	1345,17	3486,19	12339,37
2025	4831,36	1048,85	3782,51	8556,86
2026	4831,36	727,33	4104,03	4452,84
2027	4831,36	378,49	4452,83	0

6. Ferramentas informáticas: folla de cálculo

Unha folla de cálculo facilitan a elaboración de táboas de amortización coma a do exemplo anterior, e son moi útiles cando os períodos de amortización esténdese no tempo. Debemos ter presente que é moi importante coñecer e entender ben os contidos antes de facer uso deste tipo de ferramentas.

Recordemos que a fórmula para o cálculo de anualidades é: $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{D \cdot (1+r)^t . r}}{\boldsymbol{(1+r)^t - 1}}$

Vexamos como elaboraríamos a táboa do exemplo anterior cunha folla de cálculo:

1. Introducimos os datos principais: anos, anualidade previamente calculada a través da fórmula e capital prestado.
2. Escribimos a fórmula dos intereses, capital * r.

SUMA =E2*0,085

	A	B	C	D	E
1	Ano	Anualidade	Intereses	Capital amortizado	Capital pendente
2	2021				22000
3	2022	4831,36	=E2*0,085		
4	2023	4831,36			
5	2024	4831,36			
6	2025	4831,36			
7	2026	4831,36			
8	2027	4831,36			
9					

Ilustración 2: Táboa de Cálculo 1

3. Escribimos a fórmula do capital amortizado e a do capital pendente, todo para o primeiro ano o 2022. Restando as celas axeitadas en cada caso.

SUMA =E2-D3

	A	B	C	D	E
1	Ano	Anualidade	Intereses	Capital amortizado	Capital pendente
2	2021				22000
3	2022	4831,36	1870	2961,36	=E2-D3
4	2023	4831,36			
5	2024	4831,36			
6	2025	4831,36			
7	2026	4831,36			
8	2027	4831,36			
9					
10					

Ilustración 3: Táboa de Cálculo 2

4. Imos copiando as fórmulas ao seguinte ano e así sucesivamente:

E4 =E3-D4

A	B	C	D	E
Ano	Anualidade	Intereses	Capital amortizado	Capital pendente
2021				22000
2022	4831,36	1870	2961,36	19038,64
2023	4831,36	1618,2844	3213,0756	15825,5644
2024	4831,36	1345,172974		
2025	4831,36	0		
2026	4831,36	0		
2027	4831,36	0		

D8 =B8-C8

	A	B	C	D	E
1	Ano	Anualidade	Intereses	Capital amortizado	Capital pendente
2	2021				22000
3	2022	4831,36	1870	2961,36	19038,64
4	2023	4831,36	1618,2844	3213,0756	15825,5644
5	2024	4831,36	1345,172974	3486,187026	12339,37737
6	2025	4831,36	1048,847077	3782,512923	8556,864451
7	2026	4831,36	727,3334783	4104,026522	4452,837929
8	2027	4831,36	378,491224	4452,868776	-0,030846919
9					

Ilustración 4: Táboa de Cálculo 3

5. Por defecto o formato das celas ten máis cifras decimais que a nosa táboa, así o cambiamos a dúas cifras. Isto o podemos atopar no formato celas, número.

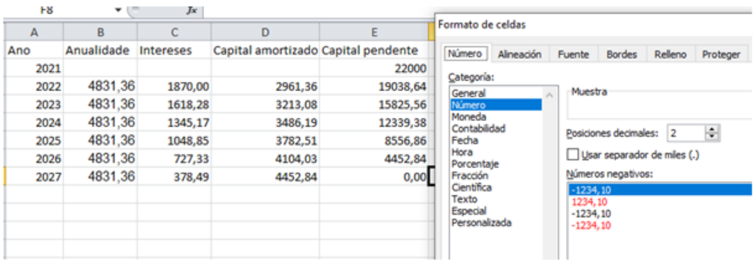


Ilustración 5: Formato cela

Licenzas das ilustracións

Ilustración	Recurso
Ilustración 1. Táboa do IPC	Autoría: INE Licenza: Dominio público Procedencia https://www.ine.es/prensa/ipc_prensa.htm
Ilustración 2: Táboa de Cálculo 1	Autoría: Propia
Ilustración 3: Táboa de Cálculo 2	Autoría: Propia
Ilustración 4: Táboa de Cálculo 3	Autoría: Propia
Ilustración 5: Formato cela	Autoría: Propia