POLINOMIOS E ECUACIÓNS

1. Polinomios. Factorización

1.1 Concepto de polinomio e operacións

Un polinomio é unha expresión alxébrica formada pola suma ou resta de varios monomios non semellantes que se lles chaman termos. O grao dun polinomio é o maior dos graos dos monomios que o forman(recordade o grao dun monomio é a suma dos expoñentes das variables). Chámase termo independente ao monomio sen parte literal. O coeficiente a parte numérica de cada termo.

Un polinomio nunha variable x ten unha expresión xeral da forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

O seu grao é n e o termo independente a_o.

Exemplo

Sexa o polinomio $P(x) = 3x^4 + 2x^2 - x + 5$

É un polinomio de grao 4. Os termos que o forman son: $3x^4$ de coeficiente 3 e grao 4, $2x^2$ de grao 2 e coeficiente 2, $-x$ de grao 1 e coeficiente -1, e o número 5 que é o termo independente.

Suma, resta e multiplicación de polinomios

Para sumar ou restar polinomios súmanse ou réstanse os monomios semellantes e deixase indicado o resto das operacións.

Para multiplicar dous polinomios multiplícase cada monomio do primeiro por todos os monomios do segundo, e despois agrúpanse os monomios semellantes.

Exemplo

Efectúa as seguintes operacións cos polinomios: $P(x) = 2x^4 - 3x^2$, $Q(x) = 4x^2 - 2x + 8$, $R(x) = x - 1$

$a)\ P(x) - Q(x) + R(x) = 2x^4 - 3x^2 - (4x^2 - 2x + 8\ \ ) + x - 1 = 2x^4 - 7x^2 + 3x - 9$

$b)\ P(x) \cdot Q(x) = (2x^4 - 3x^2) \cdot (4x^2 - 2x + 8) = 8x^6 - 4x^5 + 16x^4 - 12x^4 + 6x^3 - 24x^2 =$

$= 8x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 6x^3 - 24x^2$

División de polinomios: regra de Ruffini

A regra de Ruffini é un procedemento para dividir dous polinomios cando o divisor é un binomio da forma $(x+a)$ ou $(x-a)$, sendo a un número enteiro. Vexamos o procedemento cun exemplo.

Exemplo

Divide por Ruffini o polinomio $P(x) = 4x^3 - 15x + 5 \; entre \; (x+2)$

1. Colócanse nunha Caixa soamente os coeficientes, ordenados de maior grao a menor, se falta algún poñemos un cero e colócase o termo independente do divisor cambiado de signo.

	4	0	-15	5
-2				

2. O primeiro coeficiente o baixamos e despois multiplícase polo termo independente do divisor cambiado de signo e se lle suma ao seguinte coeficiente, repítese o procedemento ata chegar o último coeficiente.

	4	0	-15	5
-2		-8	16	-2
	4	-8	1	**3**⇒Resto

3. Os primeiros números que aparecen na fila dos resultados correspóndense aos coeficientes do cociente. Este sempre é un polinomio dun grao menor co dividendo.

   Cociente: $4x^2 - 8x + 1$

4. O resto é o último número, o seu grao é cero ⇒ Resto=3

Valor numérico e teorema do resto

Chámase valor numérico dun polinomio ao valor que se obtén ao substituír a variable por un número. Por exemplo sexa $P(x) = 2x^2 - 3$ calcular o seu valor numérico en x=4, sería $P(4) = 2 \cdot 16 - 3 = 29$

Teorema do Resto

"O resto de dividir un polinomio P(x) por o binomio $(x-a)$ coincide co valor numérico de dicho polinomio para $x = a$"

Demostración

Ao dividir P(x) entre $(x-a)$ obtemos un cociente C(x) e un resto R, que é un número pois o seu grao a de ser menor co do divisor que ten de grao un. Se aplicamos a proba da división obtemos:

$$P(x) = C(x)\,(x-a) + R$$

Se substituímos x por a ⇒ $P(a) = C(a)(a-a) + R \Rightarrow P(a) = R$, valor numérico igual $a\ R$

Exemplo 1

Dado o polinomio $P(x) = x^2 - 1$ calcula o valor numérico en $x = 3$. Comproba que coincide co resto da división entre x-3.

Calculamos o valor numérico de $P(x)\ no\ 3 \Rightarrow P(3) = 3^2 - 1 = 8$

Calculamos a división por Ruffini

	1	0	-1
3		3	9
	1	3	$\boxed{8}$

$\Rightarrow$ Resto=8, valor numérico e resto coinciden

Exemplo 2

Calcula o valor de K para que o resto da seguinte división sexa 4

$$(x^3 + kx^2 - 3x - 8) : (x - 2)$$

A fórmula máis rápida é sinxela é aplicando o teorema do resto, o que nos pide é que o valor numérico en 2 sexa 4, substituimos por 2 o valor da variable

$$2^3 + k2^2 - 3 \cdot 2 - 8 = 4 \Rightarrow 8 - 4k - 6 - 8 = 4 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$$

1.2 Factorización dun polinomio. Raíces dun polinomio

Chámase **raíz** a dun polinomio, cando o valor numérico en a é nulo isto é P(a)=0. Polo que as raíces coinciden cas solucións da ecuación P(x)=0. O número de raíces dun polinomio é menor o igual o seu grao. Se os coeficientes dun polinomio son números enteiros as súas raíces enteiras son os divisores do termo independente. Na unidade de funcións verase que nunha función polinómica estas raíces coinciden cos puntos de corte co eixe OX.

Exemplo 1

Dado o polinomio $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$, comproba se os valores x=-1, x=2 e x=3 son raíces.

Temos que calcular o valor numérico e deberá ser cero:

$P(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 - 1 + 6 = 0$

$P(2) = (2)^3 - 4(2)^2 + 2 + 6 = 0$

$P(3) = (3)^3 - 4(3)^2 + 3 + 6 = 0$

Factorizar un polinomio é expresalo coma produto de polinomios do menor grao posible. Para factorizar un polinomio utilizamos diversas técnicas:

- Extraer factor común: se todos os termos do polinomio teñen un divisor común, escribimos o polinomio orixinal coma produto do factor común e o cociente da división de P(x) entre o factor.
- As igualdades notables: se o polinomio a factorizar e de grao 2 podemos preguntarnos se se corresponde o desenrolo dunha identidade notable.
  Recordemos cales era:
  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
  $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- Ecuacións de 2º grao: se o polinomio é de grao 2 e non é unha identidade notable, tamén podemos igualalo a cero e resolver a ecuación.
- Regra de Ruffini: buscaremos as raíces do polinomio, calculando a división e buscando aqueles números enteiros que fan o resto cero.

<u>Exemplo 1</u>

Factoriza o seguinte polinomio $P(x) = x^5 + x^4 - 17x^3 + 15x^2$

1. Calculamos os divisores do termo independente. Se o polinomio non ten termo independente, sacamos factor común, a maior potencia de x posible.

   $$P(x) = x^5 + x^4 - 17x^3 + 15x^2 = x^2(x^3 + x^2 - 17x + 15)$$

   Divisores de 15= $\{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15\}$

2. Temos que calcular as raíces. Para comprobar que a sexa raíz de $P(x)$ realizamos a división por Ruffini entre $(x-a)$ se o resto é cero a é unha raíz.

	1	1	-17	15
1		1	2	-15
	1	2	-15	$\boxed{0}$
3		3	15	
		5	$\boxed{0}$	
-5		-5		
	1	$\boxed{0}$		

3. Raíces son 1, 3, -5, e 0, este ademais dise que é unha raíz dobre, así que a súa descomposición factorial é:

   $$P(x) = x^2(x-1)(x-3)(x+5)$$

Ao chegar ao polinomio de grao dous poderíamos resolver a ecuación de segundo grao en lugar de seguir polo método de Ruffini.

Non sempre se vai poder factorizar todo o polinomio, isto é, non en todos os polinomios o número de raíces coincide co grao, vexamos un exemplo.

Exemplo 2

Factoriza o seguinte polinomio $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$-12

1. Calculamos os divisores do termo independente, e aplicamos Ruffini para atopar as raíces, o resto deberá ser cero.
   Divisores de 12= $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$

	1	-3	4	-12
3		3	0	12
	1	0	4	$\boxed{0}$

Non atopamos máis raíces enteiras se o poñemos en forma de polinomio o cociente é $x^2 + 4$

2. Por ser de 2º grao pódese facer a ecuación e comprobar se ten ou non ten solución real así comprobar que non tiña máis raíces.

Polo que a súa descomposición factorial neste caso é:

$$Q(x) = (x - 3)\,(x^2 + 4)$$

2. Fraccións alxébricas

Unha fracción alxébrica é unha división indicada de polinomios onde o denominador é sempre de grao distinto de cero.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Exemplo

Son fracción alxébricas: $\frac{x^2-1}{x+3}, \frac{4}{x-2}, \frac{x^3-x-2}{x^4-2}$

As fracción alxébricas se comportan de forma similar as fracción numéricas, así que temos que saber simplificalas e operalas; suma e resta, multiplicación e división.

Simplificar fraccións alxébricas

Para simplificar fraccións alxébricas, descompóñense denominador e numerador como produto de factores ireducibles e elimínanse os factores comúns.

Exemplo

Simplifica $\frac{x^3+4x^2+4x}{x^2-4}$, $\frac{x^5+x^4-17x^3+15x^2}{x^3-4x^2+3x}$

Temos que descompoñer numeradores e denominadores

$$\frac{x^3+4x^2+4x}{x^2-4}=\frac{x(x^2+4x+4)}{x^2-4}=\frac{x(x+2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x(x+2)}{x-2}$$

Neste caso o sacar factor común a x no numerador , tanto este coma o denominador quedan identidades notables, moito máis sinxelo que aplicar Ruffini.

$$\frac{x^5+x^4-17x^3+15x^2}{x^3-4x^2+3x}=\frac{x^2(x-1)(x-3)(x+5)}{x(x-3)(x-1)}=\frac{x(x+5)}{1}=x(x+5)$$

O numerador o temos factorizado no exemplo anterior, o denominador sacamos factor común e logo descompoñemos, aplicando Ruffini ou ecuación segundo grao.

Suma e resta

Para sumar ou restar fraccións alxébricas redúcense a común denominador e logo súmanse ou réstanse os denominadores. Vexamos o procedemento cun exemplo, recordemos previamente como temos que facer para reducir fraccións a común denominador.

Recorda: Para facer o mínimo común múltiplo de dous polinomios, descompoñemos en factores primos e tomarase todos os factores, que coincidan ou non, cos maiores expoñentes.

Exemplo

Calcula o m.c.m dos polinomios, neste caso xa se fixo previamente la factorización:

$P(x) = (x-2)^2(x-1)(x^2+1)$ e $Q(x) = (x-2)(x-1)^2(x+5)$

Entonces soamente deberemos tomar todos os factores, comúns e non comúns o maior expoñente:

m.c.m $(P(x), Q(x)) = (x-2)^2(x-1)^2(x^2+1)(\mathrm{x}+5)$

Exemplo

Realiza a operación seguinte de fraccións alxébricas:

$$\frac{1}{x}+\frac{8}{x-1}-\frac{9x+7}{x^2-1}=$$

1. Redúcese a común denominador, facemos o m.c.m. dos denominadores

$$\begin{cases} x \\ x-1 \\ x^2-1=(x-1)(x+1) \end{cases} \qquad \text{m.c.m}=x(x-1)(x+1)$$

$$\frac{1}{x}=\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)(x+1)}=\frac{x^2-1}{x(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{8}{x-1}=\frac{8(x+1)x}{x(x-1)(x+1)}=\frac{8x^2+8x}{x(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{9x+7}{x^2-1}=\frac{(9x+7)x}{x(x-1)(x+1)}=\frac{9x^2+7x}{x(x-1)(x+1)}$$

2. Se suman ou restan as novas fraccións resultantes, simplificando se se pode:

$$\frac{1}{x}+\frac{8}{x-1}-\frac{9x+7}{x^2-1}=\frac{x^2-1}{x(x-1)(x+1)}+\frac{8x^2+8x}{x(x-1)(x+1)}-\frac{9x^2+7x}{x(x-1)(x+1)}=$$

$$=\frac{x^2-1+8x^2+8x-9x^2-7x}{x(x-1)(x+1)}=\frac{x-1}{x(x-1)(x+1)}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x^2+x}$$

Multiplicación e división

Para multiplicar fraccións alxébricas multiplícanse os numeradores e multiplícanse os denominadores. Para dividir dúas fraccións alxébricas multiplícase a primeira pola inversa da segunda, ou o que é o mesmo multiplicamos en cruz. Antes de facer as contas sempre mirar se podemos simplificar, para que non se nos compliquen os cálculos.

Exemplo

$$a)\frac{3x}{x^2-4}\cdot\frac{x+2}{x^2}=\frac{3x(x+2)}{x^2(x^2-4)}=\frac{3x(x+2)}{x^2(x-2)(x+2)}=\frac{3}{x(x-2)}=\frac{3}{x^2-2x}$$

$$\text{b)}\frac{3x}{x^2-4}:\frac{x+2}{x^2}=\frac{3x\cdot x^2}{(x^2-4)(x+2)}=\frac{3x^3}{x^3+2x^2-4x-8}$$

3. Ecuacións

Unha ecuación é unha igualdade alxébrica, na que aparecen letras, chamadas incógnitas, cun valor descoñecido que representan números que son os que debemos calcular. Polo tanto, resolver unha ecuación é atopar os valores das incógnitas. Neste apartado centrarémonos nas ecuación cunha incógnita.

3.1 Ecuacións de grao 1

Unha ecuación de primeiro grao cunha incógnita é toda ecuación que se pode transformar nunha da forma $ax + b = 0$, onde a e b son número reais e $a \neq 0$, chamados coeficientes da ecuación e a incógnita neste caso, x, ten grao un. Para resolver ecuacións de 1º grao seguiremos os seguintes pasos:

1. Elimínanse os parénteses.
2. Elimínanse os denominadores, multiplicando polo mínimo común múltiplo dos denominadores.
3. Traspóñense os termos, as letras para un lado da igualdade e os números para outro, redúcense os termos semellantes.
4. Despexamos a incógnita.

Exemplo

1. $\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} = 2(x-1)$
2. $\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} = 2x - 2 \Rightarrow \frac{2x-4}{6} - \frac{3x-3}{6} = \frac{12x-12}{6}$
3. $2x - 4 - 3x + 3 = 12x - 12 \Rightarrow 2x - 3x - 12x = -12 + 4 - 3$
4. $13x = -11 \Rightarrow x = -11/13$

Observamos que as ecuacións de 1º grao en xeral teñen unha solución, pero poden non ter solución ou infinitas.

3.2 Ecuación de grao 2

Unha ecuación de segundo grao reducida, a súa expresión é $ax^2 + bx + c = 0$ con a, b, c números reais e $a \neq 0$. Pódese clasificar en ecuación de 2º grao completas e incompletas.

Ecuacións de 2º grao completas

Unha ecuación de 2º grao completa ten a seguinte expresión xeral $ax^2 + bx + c = 0$ con a,b e c números reais non nulos. As resolvermos pola seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ecuacións de 2º grao incompletas

Unha ecuación de 2º grao incompleta é aquela que ten b, c ou ambos nulos e resólvense segundo o caso.

Caso 1:

b=0 ecuación da forma $ax^2 + c = 0$

Despexamos x^2 e facemos a raíz cadrada, que é a operación inversa ao cadrado.

Caso 2:

c=0 ecuación da forma $ax^2 + bx = 0$

Sacamos factor común x, e igualamos cada factor a cero e resolvemos as ecuacións resultantes.

Exemplos

Ecuación Completa:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Ecuacións incompletas:

$$9x^2 - 4 = 0 \Rightarrow 9x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

Observamos que as ecuacións de 2º grado en xeral teñen dúas solucións, pero poderían ter unha ou ningunha.

3.3 Ecuacións bicadráticas

Unha ecuación bicadrática ten a seguinte expresión xeral $ax^4 + bx^2 + c = 0$ a , b e c números reais a≠0 . Para resolvelas facemos unha cambio de variable $t = x^2$ resolveremos a ecuación de 2º grao resultante e desfacemos o cambio de variable, resolvendo unha ecuación de 2º grado incompleta.

Exemplo

$x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

1. Cambio de variable $t = x^2 \Rightarrow t^2 + 5t - 36 = 0$
2. Resolvemos $t = \frac{-5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -9 \end{cases}$
3. Calculamos as solucións da variable x $\begin{cases} x = \sqrt{4} = \pm 2 \\ x = \sqrt{-9} \; non\ ten\ solución\ real \end{cases}$

Observamos que as ecuación bicadráticas poden ter 4 solucións, 2 solución ou ningunha.

3.4 Ecuacións de grao 3 ou superior

Unha ecuación polinómica ten a seguinte expresión xeral :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$$

Se denotamos ao primeiro membro coma un polinomio obtemos $P(x) = 0$, polo que podemos ver que resolver unha ecuación deste tipo é semellante a factorizar un polinomio. Polo tanto, para atopar as solucións enteiras o que faremos será factorizar o polinomio seguindo as técnicas e pasos vistos no apartado 1.2 da unidade. Unha vez factorizado igualase cada factor a cero.

Exemplo

Calcula as solucións de $x^5 + x^4 - 17x^3 + 15x^2 = 0$ coma podemos comprobar na páxina 4 a descomposición factorial é $x^2(x-1)(x-3)(x+5) = 0$

Igualamos cada factor a cero e obtemos as seguintes solucións:

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0(dobre)$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

Pódese comprobar que as solucións da ecuación coinciden cas raíces do polinomio.

3.5 Ecuacións racionais

Unha ecuación racional é aquela que ten a incógnita no denominador, ou o que é o mesmo aparecen fraccións alxébricas. Para resolvelas faremos o m.c.m dos denominadores e resolveremos a ecuación resultante. Deberemos comprobar as solucións obtidas, xa que o multiplicar por expresións alxébricas poden aparecer solucións falsas.

Exemplo

Resolve a seguinte ecuación $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$

1. Calculamos o m.c.m $(x-1, x+1, x^2-1) = x^2 - 1$ e reducimos as fraccións a común denominador

   $\frac{x(x+1)}{x^2-1} + \frac{3(x-1)}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1}$

2. Eliminados os denominadores, xa que son iguais e realizamos as contas: $x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$
3. Comprobamos

   $x = 1$ non é válida xa no primeiro denominador queda unha expresión $\frac{1}{0}$

   $x = -5$ é válida $\frac{-5}{-5-1} + \frac{3}{-5-1} = \frac{1}{12} == \frac{2}{25-1}$ solución: x=-5

3.6 Ecuacións con radicais

Unha ecuación con radicais é unha ecuación que ten a incógnita baixo un radical. Para resolvelas deixamos soas as raíces, unha a unha, nun dos membros e elévase ao cadrado cada membro, tendo en conta que na maior parte delas deberemos aplicar as identidades notables. Repetimos o proceso as veces que sexan necesarias. Neste tipo de ecuacións é necesario comprobar as solucións, xa que podemos atopar solucións non válidas ao igual que nas racionais.

Exemplo

Resolve a seguinte ecuación $5+\sqrt{3x+7}=x+6$

1. Deixamos só o radicando $\sqrt{3x+7}=x+6-5 \Rightarrow \sqrt{3x+7}=x+1$
2. Elévanse ao cadrado os dous membros, realizamos operacións e resolvemos:

$$\left(\sqrt{3x+7}\right)^2=(x+1)^2 \Rightarrow 3x+7=x^2+2x+1 \Rightarrow x^2-x-6=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-2 \end{cases}$$

3. Comprobamos as solucións
   Para $x=3 \Rightarrow 5+\sqrt{3\cdot 3+7}=5+\sqrt{16}=5+4=9\ certo$
   Para $x=-2 \Rightarrow 5+\sqrt{3\cdot(-2)+7}=5+\sqrt{1}=5+1=6\neq 4\ falso$

   A única solución é x=3

Se non deixáramos a raíz soa pódese comprobar que non se elimina.

3.7 Ecuacións logarítmicas

Unha ecuación logarítmica é aquela onde a incógnita aparece dentro dun logaritmo, sexa na súa base ou no seu argumento. Para resolvelas aplicaremos as propiedades dos logaritmos, estudadas neste curso na unidade de números reais. Debermos comprobar que as solucións, recordade que non existen logaritmos de números negativos.

Exemplo

Resolve a seguinte ecuación $\log(x-1)+\log(2x-1)=\log(x^2+5)$

Aplicamos as propiedades: $\mathbf{\log_a\left(\frac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c;\ \log_a(b\cdot c)=\log_a b+\log_a c}$

$\log(x-1)+\log(2x-1)-\log(x^2+5)=0 \Rightarrow log\frac{(x-1)(2x-1)}{(x^2+5)}=0$ Para poder eliminar os logaritmos dos dous membros escribimos: $log\frac{(x-1)(2x-1)}{(x^2+5)}=log10^0 \Rightarrow \frac{(x-1)(2x-1)}{(x^2+5)}=10^0 \Rightarrow \frac{(x-1)(2x-1)}{(x^2+5)}=1$ Resolvemos a ecuación resultante: $2x^2-3x+1=x^2+5 \Rightarrow x^2-3x-4=0\ \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}$

A solución $x=-1$ non é valida non existen logaritmos negativos!!

3.8 Ecuación exponenciais

Unha ecuación exponencial é aquela onde a incógnita aparece unicamente no expoñente da expresión alxébrica. Para resolvelas usaremos diferentes procedementos coma os logaritmos, propiedades das potencias ou cambios de variable. Vexamos diferentes situacións.

Exemplo 1

$3^{x+2} + 3^x = 90 \; \textit{pódense poñer ambos membros coma potencias da mesma base}$

$3^2 3^x + 3^x = 90 \Rightarrow 10 \cdot 3^x = 90 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

Exemplo 2

$4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0 \; \textit{faremos un cambio de variable} \; 2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$

$\textit{se chamamos } 2^x = t \textit{ obtemos } t^2 - 7t - 8 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 8 \\ t_2 = -1 \end{cases} \textit{desfacemos o cambio} \begin{cases} 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3 \\ 2^x = -1 \Rightarrow \textit{non ten solución} \end{cases}$

Exemplo 3

$7^{x-1} - 2^x = 0 \; \textit{neste caso aplicaremos os logaritmos}$

$\log 7^{x-1} = log 2^x \quad \Rightarrow \; (x-1)log7 = xlog2 \Rightarrow x(log7 - log2) = log7 \; \Rightarrow$

$x = \dfrac{log7}{log7 - log2} = 1{,}55$

4. Resolución de problemas con ecuacións

A principal aplicación das ecuacións atópase na resolución de problemas, para resolvelos débense seguir os seguintes pasos:

1. Ler o problema lentamente, identificando a incógnita.
2. Traducir o enunciado a unha ecuación.
3. Resolvemos a ecuación.
4. Comprobar se a solución ou solucions teñen sentido no contexto do problema.

Exemplo

A cantidade de cartos que leva Lois no peto é tal que gasta a terceira parte más a sétima parte, aínda lle quedan 2,5€ máis a metade do que levaba. Que cantidade ten no peto?

1. X: cartos no peto de Lois
2. $x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{7}\right) = 2{,}5 + \frac{x}{2}$
3. Resolvemos a ecuación de 1º grao resultante x= 105€
4. A solución ten sentido no contexto, polo tanto Lois leva 105€ no peto.

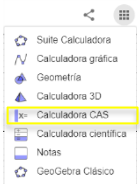
5. Uso de ferramentas informáticas

A maioría das operacións matemáticas, con números ou expresións alxébricas, poderán realizarse coa axuda dos ordenadores, móbiles ou calculadoras. Existen moitos programas informáticos axeitados, a continuación veremos a aplicación dalgúns deles para estes contidos, tanto nos polinomios como nas ecuacións. No obstante, é moi importante recordar que os conceptos matemáticos son moi importantes, as máquinas facilitan o traballo, pero sempre débese saber o que se está a facer e interpretar os resultados obtidos.

GeoGebra

Ilustración 1: GeoGebra

É un programa moi versátil e moi sinxelo de manexar. Vexamos as súas aplicacións para esta parte das matemáticas. Multiplicación de polinomios, identidades notables,...: bebemos ir a cálculo o seu símbolo: CAS.



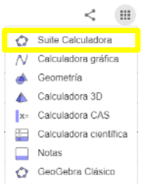
Escribir: Desenvolve (Expresión) e daranos directamente o resultado.

Exemplo: Calcula $(x+1)^2$

Ir a cálculo simbólico CAS escribir: Desenvolve$(x+1)^2$ e daranos o resultado.

Tamén serve para factorizar os polinomios, dentro do mesmo cálculo simbólico deberemos escribir Factoriza(Expresión).

Outra das súas aplicacións dentro desta unidade é para a resolución de ecuacións neste caso deberemos entrar dentro da Suite Calculadora e escribir: Resolve(ecuación)



Mathway

Ilustración 2: mathway

É unha aplicación que se pode descargar no móbil e tamén é moi sinxela de manexar. Pódense realizar operacións cos polinomios e tamén factorizalos.

Exemplo: Factoricemos (x^3-4x^2+x+6)

Escribimos o polinomio (x^3-4x^2+x+6) aparece un menú onde unha das opcións é factorizar $\Rightarrow (x+1)(x-3)(x+2)$

Licenzas das ilustracións

Ilustración	Recurso
Ilustración 1: GeoGebra	Autoría:https://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra#/media/Archivo:Geogebra.svg
Ilustración 2: Mathway	Autoría:https://www.celularesnoticias.com/wp-content/uploads/2016/12/Mathway-App-Para-Resolver-Ecuaciones-Matem%C3%A1ticas-800x480.jpg.webp