

SISTEMAS E INECUACIÓNS

1. Sistemas de ecuacións

Un sistema de ecuacións é un conxunto de dúas ou máis ecuacións con dúas ou máis incógnitas. Resolver un sistema é atopar os valores das incógnitas que fan verdadeiras todas as ecuacións do sistema. Se non existe unha solución común a todas as ecuacións o sistema non terá solución.

1.1 Sistemas de ecuacións lineais

Unha ecuación lineal é unha ecuación de 1º grao que pode ter unha ou varias incógnitas. A solución dunha ecuación lineal é o conxunto de valores que, ao substituílos no lugar das incógnitas, verifican a ecuación. Repasemos previamente como se resolven as ecuacións lineais de dúas ou máis incógnitas.

Exemplo 1

Dada a ecuación lineal, $3x + y = 0$ Calcula algunha solución. Cántas podes atopar?

Podemos comprobar que $x = 1$ e $y = -3$ é unha solución da ecuación $\Rightarrow 3 \cdot 1 + (-3) = 0$

Se tomamos por exemplo $x = 0, y = 0$ tamén é solución $\Rightarrow 3 \cdot 0 + 0 = 0$ ou $x = 2, y = -6 \Rightarrow 3 \cdot 2 + (-6) = 0 \dots$

e así sucesivamente poderemos atopar infinitas solucións para este tipo de ecuacións.

Exemplo 2

Calcula as solucións de $3x + 4y - 2z + t = 15$.

Podemos comprobar que son solucións desta ecuación $x = 0, y = 0, z = 0$ e $t = 15$ ou tamén $x = 1, y = 3, z = 2$ e $t = 4$, ambos valores verifican a ecuación e aínda podemos atopar moitas máis solucións.

Nestes casos a única forma de dar todas as solucións e facendo a súa representación gráfica, o primeiro exemplo trátase dunha recta o segundo será un plano, a súa representación verase en cursos superiores.

Un sistema de ecuacións lineais é un conxunto de ecuacións de dúas ou máis ecuacións lineais. A súa expresión xeral é:

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \\ a''x + b''y + c''z = d'' \end{array} \right\}$$

x, y, z son incógnitas e o resto números reais.

Unha solución dun sistema de ecuacións son os valores das incógnitas que verifican todas as ecuacións.

Exemplo

Dado o sistema lineal de dúas incógnitas $\begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ -x + 4y = 5 \end{cases}$, verifiquemos se $x=3$ e $y=2$ é a solución do sistema.

$\begin{cases} 6x - 5y = 8 \\ -x + 4y = 5 \end{cases}$ verificar se é solución $x = 3$ e $y = 2$ é substituír os valores das incógnitas no sistema e comprobar que verifican todas as igualdades:

$$\begin{cases} 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 8 \\ -3 + 4 \cdot 2 = 5 \end{cases} \text{ Certo!!}$$

1.2 Resolución de sistemas

Moitos dos sistemas pódense resolver gráfica e numericamente, a solución gráfica complicase a medida que aumenta o grado e a complexidade das ecuacións, xa que a súa gráfica tamén se complica. Vexamos diferentes formas de resolver un sistema, faremos os exemplos co mesmo sistema para comprobar que aínda que se usen diferentes métodos o resultado será o mesmo.

Resolución gráfica

Para resolver graficamente un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas, represéntase nos mesmos eixes de coordenadas cada unha das rectas definidas por cada unha das ecuacións. O punto de corte das mesmas é a solución do sistema.

Exemplo

Resolve o seguinte sistema gráficamente $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

Debemos representar ambas rectas, debemos seguir o pasos:

1. Despexamos a incógnita y das dúas ecuacións: a) $y = 1 - x$; b) $y = \frac{2x-2}{3}$
2. Construimos unha táboa de valores. Recorda que para representar unha recta necesitamos calcular mínimo dous valores, recoméndase dar tres para evitar erros no debuxo.

a)	x	0	1	2
	y	1	0	-1

b)	x	0	1	2
	y	-2/3	0	2/3

3. Representamos e estudamos o punto de corte, que é a solución do sistema:

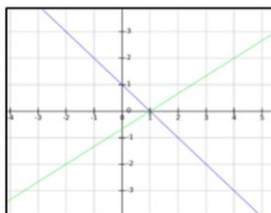


Ilustración 1: Rectas secantes

A solución é o punto de corte de ambas rectas podemos ver claramente que é o punto (1,0).

Resolución alxébrica

Un sistema de ecuacións lineais de dúas incógnitas é da forma $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ onde x e y son as incógnitas e o resto números reais. Recordemos os diferentes métodos de resolución cun exemplo.

Método de substitución: consiste en despexar unha incógnita dunha das ecuacións e substituíla.

Exemplo

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$$

1. Despexamos unha incógnita por exemplo a, y , da 1ª ecuación $y = 1 - x$
2. Substituímos na segunda ecuación $2x - 3(1 - x) = 2$ e resolvemos a ecuación.
3. Obtemos $x = 1$
4. Por último con este valor calculamos o valor da $y = 1 - 1 = 0$

A solución do sistema $x=1$ $y=0$, ou o que é o mesmo o punto $(1,0)$

Método de igualación: consiste en despexar a mesma incógnita de ámbalas e igualalas.

Exemplo

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$$

1. Despexamos a mesma incógnita por exemplo a, $y \Rightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ y = \frac{2x-2}{3} \end{cases}$
2. Igualamos $x - 1 = \frac{2x-2}{3}$ e resolvemos a ecuación $\Rightarrow 3x - 3 = 2x - 2 \Rightarrow$
3. Obtemos $x = 1$
4. Por último con este valor calculamos o valor da $y = 1 - 1 = 0$

A solución do sistema $x=1$ e $y=0$ ou o que é o mesmo o punto $(1,0)$

Método de redución: consiste en igualar mediante multiplicacións os coeficientes dunha das incógnitas, de modo que ao sumar ou restar as ecuacións do sistema eliminemos dita incógnita.

Exemplo

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$$

1. Igualamos os coeficientes dunha das incógnita, exemplo x , multiplicamos por -2
2. Sumamos as dúas ecuacións e resolvemos a ecuación.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x - 2y = -2 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases} \\ \hline \end{array}$$

$$-5y = 0 \Rightarrow y = 0$$

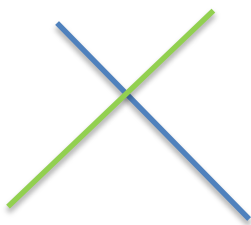
3. Por último con este valor calculamos o valor da $x = 1 - 0 = 1$. Solución o punto $(1,0)$

Clasificación de sistemas

Os sistemas os clasificamos segundo o número de solucións, entón un sistema de ecuacións pode ser:

- Compatible: cando ten algunha solución.
 - Compatible determinado: se a solución é única. As rectas córtanse nun punto.
 - Compatible indeterminado: se existe máis dunha solución. As rectas son coincidentes.
- Incompatible: cando non ten solución. As rectas son paralelas.

Interpretación gráfica dun sistema lineal con dúas incógnitas $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ será a que se recolle na seguinte táboa, onde podemos observar que, cos coeficientes das ecuación xa podemos saber previamente como será o comportamento das dúas rectas no plano.

Clasificación	Compatible determinado SCD	Incompatible SIN	Compatible indeterminado SCI
Criterio	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
Interpretación gráfica	Rectas Secantes 	Rectas Paralelas 	Rectas Coincidentes 

1.3 Sistemas paramétricos

Chámanse sistemas paramétricos, aqueles sistemas onde algún dos coeficientes ou termos independentes está indeterminado, isto é, no lugar de ter un valor numérico aparece unha letra, a que se lle chama parámetro. Deberemos resolver o sistema en función do parámetro e logo estudar as posibles solucións en función dos diferentes valores que tome o parámetro a este procedemento se lle chama “Discutir o sistema”. Un exemplo dun sistema paramétrico sería: $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + my = 2 \end{cases}$

Exemplo

Discutir o seguinte sistema en función do parámetro m $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + my = 2 \end{cases}$

Resolveremos o sistema por redución, eliminado a incógnita x , así que deberemos multiplicar a primeira ecuación por **-2**.

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ 2x + my = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x + 2y = -4 \\ 2x + my = 2 \end{array} \right\}$$

$$(2 + m)y = -2 \Rightarrow y = \frac{-2}{2+m}$$

Deberemos estudar se existe algún valor onde non teña sentido esta solución, como é una división temos que eliminar os puntos que anulan o denominador. Estes puntos os obtemos igualando o denominador a cero e despexando a letra: $2 + m = 0 \Rightarrow m = -2$. Polo tanto, a discusión pode facerse como segue:

- Si $m = -2$, o sistema é incompatible.(a)
- Si $m \neq -2$, o sistema é compatible determinado.

Para os casos con $m \neq -2$, a solución completa obtense das seguinte forma:

Se $y = \frac{-2}{2+m}$ substituímos este valor na primeira ecuación e obtemos $x = \frac{2m+2}{m+2}$. Para cada valor de m obtense una solución diferente para o sistema:

Se $m = 0 \Rightarrow y = -1$ e $x = 1$ (b)

Se $m = 1 \Rightarrow y = -2/3$ e $x = 4/3$

Na gráfica a) podemos observar a interpretación gráfica do sistema se $m=-2$; na gráfica b) podemos observar a interpretación do sistema se $m=0$.

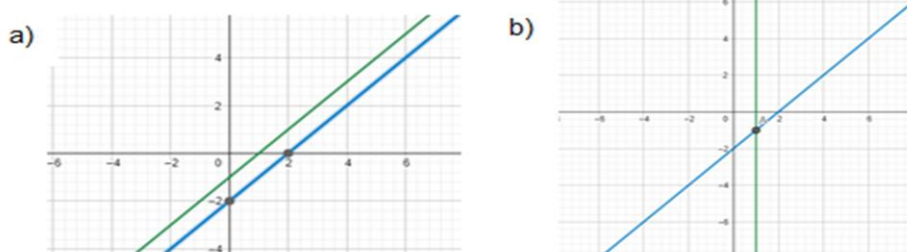


Ilustración 2a: Interpretación gráfica

1.4 Método de Gauss para sistemas lineais

Para resolver un sistema de ecuacións lineais con tres ou máis incógnitas usaremos o método de Gauss, tamén chamado método de redución xeneralizado. Este consiste en atopar, mediante as transformacións axeitadas, outro sistema equivalente no que cada unha das ecuacións ten, polo menos, unha incógnita menos ca anterior, isto é transformamos o sistema nun sistema graduado ou escalonado.

Para aplicar Gauss, en primeiro lugar ordenamos as ecuacións e as incógnitas, de forma que o primeiro coeficiente da primeira incógnita sexa o número máis sinxelo, a poder se un. É axeitado indicar en cada paso as operacións que se realizan entre as ecuacións, para facilitar o repaso se fose necesario. Traballaremos con sistemas de tres ecuacións pero non necesariamente todas as ecuacións deberán ter tres incógnitas. Vexamos o procedemento con exemplos e observemos as diferentes situacións cas que nos podemos atopar.

Exemplo 1

Resolve polo método de Gauss o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x + y - 2z = -5 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{cases}$$

- a) Escribimos a segunda ecuación en primeiro lugar, xa que o coeficiente é un 1.

$$\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + 3z = 16 \end{cases}$$

- b) Elimínase o termo **x** da segunda e da terceira ecuación, aplicando o método de redución entre a 1ª e 2ª ecuación e a 1ª e 3ª ecuación.

- No lugar da segunda ecuación escribimos: $3 \cdot 1^a - 2^a$
- No lugar da terceira ecuación escribimos: $2 \cdot 1^a - 3^a$

$$\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ y - 5z = -18 \\ y - 7z = -26 \end{cases}$$

- c) Elimínase o termo **y** da terceira ecuación, polo método de redución entre a 2ª e 3ª ecuación.

- No lugar da terceira ecuación escribimos: $2^a - 3^a$

$$\begin{cases} x + y - 2z = -5 \\ y - 5z = -18 \\ 2z = 8 \end{cases}$$

- d) Resolvemos o sistema graduado, de abaixo hacia arriba

Da terceira ecuación obtemos $z = 4$, da segunda obtemos $y = 2$, da primeira obtemos $x = 1$.

Solución: $x=1$, $y=2$, $z=4$, podemos concluír que é un sistema compatible determinado, solución única.

Exemplo 2

Resolve o seguinte sistema polo método de Gauss

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x - y + 3z = 6 \\ 4x - 2y + 6z = 9 \end{cases}$$

- a) Eliminamos **x** de la 2ª e 3ª, faremos: $2^a - 2 \cdot 1^a$ e $3^a - 4 \cdot 1^a$ e obtemos:

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ y + z = 0 \\ 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

- b) Eliminamos **y** da terceira ecuación, faremos $3^a - 2 \cdot 2^a$ e obtemos:

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ y + z = 0 \\ 0z = -3!!! \end{cases}$$

Observamos que a terceira ecuación danos algo incoherente, non ten sentido. Polo tanto o sistema é incompatible, non ten solución.

Exemplo 3

Resolve o seguinte sistema polo método de Gauss
$$\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{cases}$$

- a) Eliminamos a **x** da 2ª e 3ª ecuación: no lugar da segunda poñemos a $2^a - 2 \cdot 1^a$, e no lugar da 3ª poñemos a $3^a - 3 \cdot 1^a$

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ y - 7z = -2 \\ y - 7z = -2 \end{cases}$$

- b) Eliminamos a **y** da terceira ecuación no seu lugar poñemos a $3^a - 2^a$

$$\begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ y - 7z = -2 \\ 0z = 0 \end{cases}$$

Temos o sistema graduado, pero a terceira ecuación é certa para calquera valor de z , polo tanto o sistema ten infinitas solucións. Trátase dun sistema compatible indeterminado.

Solución: $z = \lambda$; $y = -2 + 7\lambda$; $x = 4 + (-2 + 7\lambda) - 3\lambda = 2 + 4\lambda$ $\lambda \in \mathbb{R}$

A vista dos exemplos ao resolver un sistema usando o método de Gauss, podemos concluír:

- Se ao reducir o sistema a triangular aparece algunha ecuación $0x + 0y + 0z = b$, con $b \neq 0$, o sistema é incompatible, e non terá solución.
- Se ao reducir un sistema non sucede o anterior é compatible, e terá solución:
 - Se o número de ecuacións non triviais é igual ao número de incógnitas o sistema é compatible determinado, solución única.
 - Se o número de ecuacións é menor que o número de incógnitas o sistema ten infinitas solucións, sistema compatible indeterminado.

1.5 Sistemas de ecuacións non lineais

Un sistema de ecuacións non lineais é un conxunto de dúas o máis ecuacións onde algunha delas non é lineal. Neste caso o sistema o resolveremos polo método máis axeitado en cada caso, é moi importante valorar que método imos usar antes de comezar a resolver o sistema.

Exemplo

Resolve o seguinte sistema non lineal:
$$\begin{cases} y - x^2 = 4x + 2 \\ y + x = -2 \end{cases}$$

1. Neste caso o resolveremos polo método de substitución, da ecuación máis sinxela despregamos unha incógnita, neste exemplo tomamos a segunda ecuación e despregamos a **y**.

Obtemos: $y = -x - 2$

2. Substituímos na primeira ecuación e resolvemos a ecuación de 2º grao resultante:

$$-x - 2 - x^2 = 4x + 2 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases}$$

3. Calculamos os valores da y na outra ecuación

Para $x = -4 \Rightarrow y = 2$ Para $x = -1 \Rightarrow y = -1$

Temos neste caso dúas solucións $x = -4, y = 2 \Rightarrow (-4, 2)$; $x = -1, y = -1 \Rightarrow (-1, -1)$

A interpretación gráfica deste sistema é a seguinte:

As solucións representan os puntos de corte das dúas ecuacións. Neste caso a primeira ecuación trátase dunha parábola, cor azul, aínda que non se recordou neste curso a representación dunha parábola, imos facer o debuxo para comprender mellor o resultado, e a segunda é unha recta, cor verde.

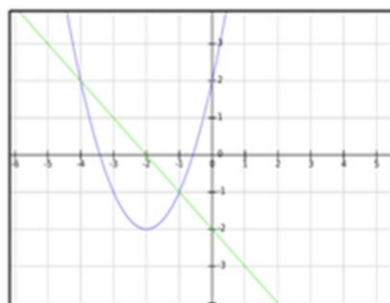


Ilustración 2b) Intersección parábola e recta

2. Inecuacións

Unha inecuación é unha desigualdade entre expresións alxébricas. As solucións son os valores das incógnitas que verifican a desigualdade. A solución dunha inecuación está formada por todos os valores que fan ca desigualdade sexa certa.

2.1 Inecuacións de primeiro grao e segundo cunha incógnita

Unha inecuación de 1º grao cunha incógnita, ten coma expresión xeral $ax + b < 0$ ou ben $>$, $\leq$ ou $\geq$. Para resolvelas procédese de forma similar a como facemos cas ecuacións, pero tendo en conta as desigualdades. As súas solucións veñen dadas por un intervalos ou semirrecta.

Exemplos

a) $-2x + 1 < 7 \Rightarrow -2x < 7 - 1 \Rightarrow -2x < 6 \Rightarrow$ Ao dividir ente -2 cambia desigualdade $\Rightarrow x > -3$

Solución = $\{x \in \mathbb{R}, x > -3\} = (-3, \infty)$

b) $\begin{cases} 3x - 9 < 0 \\ 2x + 4 \geq 0 \end{cases}$ Neste caso temos un sistema, resolveremos as dúas ecuacións e tomaremos as solucións comúns ás dúas semirrectas obtidas:

$$\begin{cases} 3x < 9 \\ 2x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x \geq -2 \end{cases} \text{ Solucións } = \begin{cases} (-\infty, 3) \\ (-2, \infty) \end{cases} \Rightarrow \text{Solución: } [-2, 3)$$

2.2 Inecuacións de 2º grao cunha incógnita

Unha inecuación de 2º grao cunha incógnita é da forma $ax^2 + bx + c < 0$ ou $ax^2 + bx + c > 0$, as desigualdades tamén poder ser $\leq$ ou $\geq$. As súas solucións pódense obter de diferentes formas. Calculado as solucións da ecuación de 2º grado e representalas nunha recta real, de tal xeito que obteremos tres intervalos ou menos, segundo o número de solucións da ecuación de 2º grao, e estudar en cada un deles o signo da ecuación de segundo grao, ou ben estudado a posición da parábola respecto ao eixe OX, chega con saber se é cóncava cara arriba ou cara abaixo.

Exemplo 1

a) $x^2 - 5x + 4 \leq 0$

- Facemos os puntos de corte co eixe OX, isto é, resolvemos a ecuación

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

- Representamos os puntos nunha recta e estudamos o signo de cada intervalo



Para o primeiro tramo, menor que 1 tomamos $x=0$ na expresión da ecuación obtemos o valor $4 \Rightarrow$ Positivo.

Para o seguinte tramo entre 1 e 4 tomamos $x=2$ na expresión da ecuación obtemos o valor $-2 \Rightarrow$ Negativo

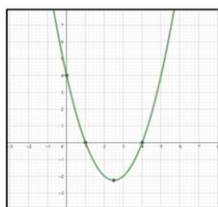
Para o último tramo maiores que 4 tomamos $x=5$ na expresión da ecuación obtemos o valor $4 \Rightarrow$ Positivo

- Como a inecuación pídenos os valores ≤ 0 a solución é: $[1,4]$. Os extremos tamén son solución, xa que por seres a solución da ecuación cumpren a igualdade, xa que neste caso o seu valor é cero.

Exemplo 2

b) $x^2 - 5x + 4 > 0$

Se nos fixamos a ecuación é a mesma ca anterior cambia a desigualdade polo tanto os pasos son os mesmos pero agora para elixir a solución temos que fixarnos nos valores >0 , neste caso a solución é: $(-\infty, 1) \cup (4, \infty)$. E os extremos non vale porque non son >0 , senón que son iguais.



Sen estudar o signo unha vez calculados os puntos de corte tendo en conta que o coeficiente de $a=1$, indícanos que a parábola é cóncava hacia arriba non teríamos que dar valores xa no lo indica a forma da parábola, tomamos os intervalos do eixe OX onde a parábola é positiva.

Ilustración 3 Parábola

2.3 Inecuacións racionais

Chámanse inecuacións racionais a aquelas inecuacións onde a incógnita aparece no denominador, coma por exemplo: $\frac{-4}{x-3} < 1$; $3 \leq \frac{2x+4}{x-1}$.

Para resolvelas debemos expresalas da forma $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$; $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$; $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$; $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$, isto é, temos que escribilas como cociente dos dous polinomios, para despois comparalas co 0, e calcular as solucións de ambos polinomios. Tendo en conta o seguinte esquema:

$$\frac{(+)}{(+)} = + > 0; \frac{(+)}{(-)} = - < 0; \frac{(-)}{(+)} = - < 0; \frac{(-)}{(-)} = + > 0$$

Exemplo

Resolve a seguinte inecuación: $\frac{-4}{x-3} < 1$

1. Transformamos nunha equivalente $\frac{-4}{x-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-4}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} \Rightarrow \frac{-x-1}{x-3} < 0$
2. Calculamos as solución das ecuacións que se obteñen igualando numerador e denominador a cero:

$$-x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

Márcanse ambas solución na recta real e determinan tres intervalos.



3. Estúdase o signo do numerador e do denominador en cada intervalo:
Se $x < -1$ numerador positivo; denominador negativo $\Rightarrow$ cociente negativo.
Se $-1 < x < 3$ o numerador e o denominador son negativos $\Rightarrow$ cociente positivo.
Se $x > 3$ o numerador é negativo; denominador positivo $\Rightarrow$ cociente negativo.
4. Por último mirárase o signo nas solucións da ecuación do numerador, xa que as do denominador non son válidas. Neste caso para $x=-1$ danos cero que non é válida xa que deberán ser estritamente menores a cero.

Polo tanto, as solución de $\frac{-4}{x-3} < 1$ son os valores de $x \in (-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

Observación: Un error moi frecuente é facer o seguinte:

$$\frac{-4}{x-3} < 1 \Rightarrow \text{Quítase o denominador multiplicando por } (x-3) \Rightarrow -4 < x-3 \Rightarrow -4+3 < x \Rightarrow x > -1$$

Isto poderíase facer se o denominador fora sempre positivo, que non é así, pois para $x < 3$ é negativo

2.4 Inecuacións lineais con dúas incógnitas

Unha inecuación lineal de dúas incógnitas adopta unha a forma $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c > 0$

no lugar de $<$, $>$ pode ser $\leq$, $\geq$. As súas solucións están formadas por un dos dous semiplanos, no que queda dividido o plano ao debuxar a recta $ax + by + c = 0$. Cando na desigualdade está incluído o igual, os puntos da recta tamén son solución, isto o representaremos cun trazo continuo da recta. Se os puntos da recta non están incluídos o representamos cun trazo descontinuo da recta.

Exemplo 1

Resolve a inecuación: $x + y \leq 6$

Representamos a recta $x + y = 6$. Seguimos os pasos:

1. Despexamos y , $y = 6 - x$
2. Damos dous ou tres valores a x , por exemplo: (0,6); (2,4); (4,2)
3. Representamos a recta, que divide ao plano en dous semiplanos.
4. Eliximos o semiplano solución: tomamos un punto por exemplo o (0,0), e comprobamos se verifica ou non a inecuación $0 + 0 \leq 6$ certo!!
5. Estudamos se a recta vale ou non vale, neste caso está incluída na solución xa que a inecuación ten un igual, e todos os puntos da recta verifican a igualdade.

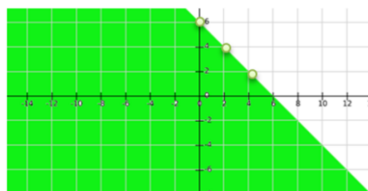


Ilustración 4: Semiplano

Polo tanto a solución é o semiplano indicado, incluída a recta.

Exemplo 2

Resolve a inecuación: $y < 4$

1. Representamos a recta $y=4$, neste caso trátase dunha recta paralela o eixe OX porque se damos valores a x a y sempre toma o mesmo valor (0,4),(1,4),(2,4)...
2. Eliximos o semiplano solución estudando o signo dun punto, exemplo (0,0) $\Rightarrow 0 < 4$ certo!!
3. Estudamos se a recta é válida: non xa que non temos o igual, e os puntos da recta verifican a igualdade.

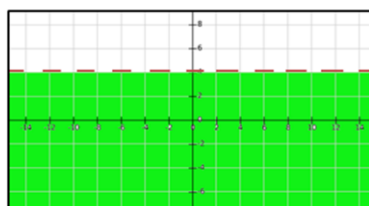


Ilustración 5: Recta Paralela a OX

2.5 Sistemas de inecuación lineais don dúas incógnitas

Varias inecuacións formarán un sistema, as solucións comúns a todas serán as solucións do sistema. O conxunto das solucións dun sistema de inecuacións é a intersección dos semiplanos, e dicir, un recinto poligonal que ben pode ser un recinto aberto ou pechado. É posible que os semiplanos non teñan ningún punto en común, neste caso o sistema non ten solución e dise incompatible.

Exemplo

Resolve o seguinte sistema
$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \geq -6 \end{cases}$$

- Debemos resolver cada inecuación por separado, coma no apartado anterior.
 - A inecuación $x + y \leq 6$ está resolta no exemplo 1, apartado anterior.
 - A inecuación $3x - 2y \geq -6$ temos que seguir os mesmos pasos que fixemos para representar as solucións da inecuación anterior, despexar y, dar valores, representar a recta e estudar o semiplano. Obtendo a seguinte solución:

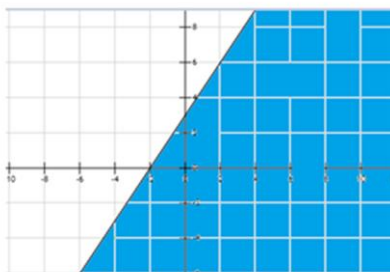


Ilustración 6: Semiplano 2

- Debemos representar ambas solucións xuntas nun mesmo plano e marcar a rexión que teñan en común. Neste caso quedanos o recinto sinalado a continuación:

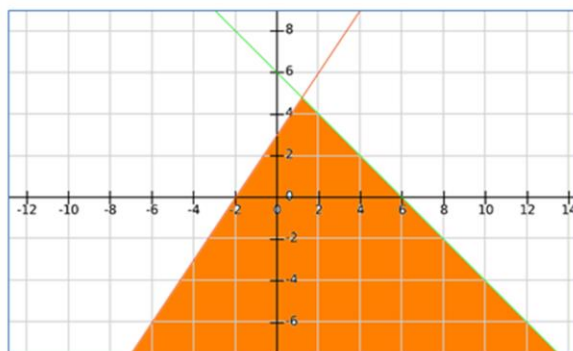


Ilustración 7: intersección de ~~Semirectas~~

3. Resolución de problemas

A linguaxe alxébrica é unha ferramenta para resolver problemas, xa vimos e traballamos en unidades anteriores, para elo débense ter en conta os seguintes pasos:

1. Ler o problema lentamente, identificando as incógnitas.
2. Traducir o enunciado a unha ecuación(s) ou inecuación(s).
3. Resolvemos o sistema de ecuación ou de inecuacións.
4. Comprobar se a solución ou solucións teñen sentido no contexto do problema.

Exemplo

Unha multinacional ten delegacións en Madrid, Barcelona e Valencia. O número total de altos executivos das tres delegacións ascende a 31. Para que o número de altos executivos da delegación de Barcelona fose igual ao de Madrid terían que trasladarse 3 de Madrid a Barcelona. Ademais, o número dos executivos de Madrid exceden nun á suma dos destinados nas outras dúas cidades. Cantos altos executivos están destinados en cada cidade?

1. Sexan x , y , z os altos executivos de Madrid, Barcelona e Valencia respectivamente.
2. Lendo de o problema obtemos as seguintes ecuacións:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 31 \\ x - 3 = y + z \\ x - 1 = y + z \end{array} \right\}$$

3. Facemos contas e resolvemos o sistema polo método de Gauss.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 31 \\ x - y = 6 \\ x - y - z = 1 \end{array} \right\}$$

Eliminamos x da segunda e terceira ecuación facendo $2^a - 1^a$ e $3^a - 1^a$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 31 \\ -2y - z = -25 \\ -2y - 2z = -30 \end{array} \right\}$$

Eliminamos y da terceira ecuación facendo $3^a - 2^a$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 31 \\ -2y - z = -25 \\ -z = -5 \end{array} \right\}$$

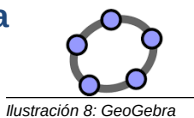
Resolvemos e obtemos $z=5$, $y= 10$ e $x=16$

4. Os executivos son 16 en Madrid, 10 en Barcelona e 5 en Valencia, verifican as ecuacións anteriores.

4. Uso de ferramentas informáticas

A maioría das operacións matemáticas, con números ou expresións alxébricas, poderán realizarse coa axuda dos ordenadores, móbiles ou calculadoras. Existen moitos programas informáticos axeitados, a continuación veremos a aplicación dalgúns deles para estes contidos, tanto nos polinomios como nas ecuacións. No obstante, é moi importante recordar que os conceptos matemáticos son moi importantes, as máquinas facilitan o traballo, pero sempre débese saber o que se está a facer e interpretar os resultados obtidos.

GeoGebra



É un programa moi versátil e moi sinxelo de manexar. Podemos representar as diferentes ecuacións dun sistema lineal de dúas incógnitas, escribir inecuacións ou sistemas de inecuacións e o programa daranos as súas solucións graficamente. Os gráficos da unidade están feitos con dito programa.



Licenzas das ilustracións

Ilustración	Recurso
Ilustración 1: Rectas secantes.	Autoría: Propia
Ilustración 2a: Interpretación gráfica	Autoría: Propia
Ilustración 2b: Intersección parábola e recta	Autoría: Propia
Ilustración 3: Parábola	Autoría: Propia
Ilustración 4: Semiplano	Autoría: Propia
Ilustración 5: Recta Paralela a OX	Autoría: Propia
Ilustración 6: Semiplano 2	Autoría: Propia
Ilustración 7: Intersección de semiplanos	Autoría: Propia
Ilustración 8: GeoGebra	Autoría: Wikipedia Licenza: Dominio público Procedencia: https://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra#/media/Archivo:Geogebra.svg