

## NÚMEROS REAIS

### Exercicios autoavaliabes

1. Clasifica os seguintes números reais (naturais, enteiros, racionais, irracionais):

$0,50123025\dots$ ,  $0,3333333\dots$ ,  $2 - \pi$ ,  $\frac{3\pi}{4\pi}$ ,  $\frac{10}{17}$ ,  $2\sqrt{9}$ .

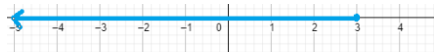
2. Representa das diferentes formas os seguintes conxuntos:

a) Todos os números menores que  $\pi$ .

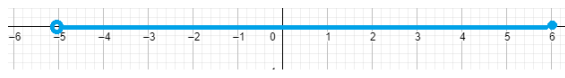
b) Os números maiores que  $-4$  e menores que  $2$ .

3. Escribe o intervalo que se representan nas seguintes rectas:

a)



b)



4. Expresa como intervalos os conxuntos de números reais  $x$  que verifican as seguintes condicións:

a)  $x \geq 0$    b)  $-1 < x \leq 5$    c)  $-3 < x < 3$    d)  $4 \geq x$

5. Define e representa os seguintes intervalos numéricos:

a)  $(-2,6)$    b)  $[-2, \infty)$

6. Expresa en forma de intervalo o conxunto de números reais que verifican  $|x + 2| < 4$

7. Cá calculadora escribe o resultado de  $\sqrt{3}$  e aproxima ás centésimas. Calcula o error absoluto e relativo.

8. Calcula as seguintes raíces:

$$a) \sqrt[5]{32} = \quad b) \sqrt[3]{-8} = \quad c) \sqrt{121} = \quad d) \sqrt{-1} = \quad f) \sqrt[3]{\frac{216}{27}} =$$

9. Pon en forma de potencias os seguintes radicais:

$$a) \sqrt[5]{3^2} = \quad b) \sqrt[3]{4^2} = \quad c) \sqrt{\frac{1}{5}} = \quad d) \sqrt[7]{\frac{1}{13}} = \quad f) \sqrt[1]{4^{121}} =$$

10. Pon en forma de radical as seguintes potencias

$$a) 3^{\frac{2}{5}} = \quad b) z^{\frac{-3}{2}} = \quad c) 5^{\frac{-2}{14}} = \quad d) 4^{\frac{3}{5}} =$$

11. Extrae todos os factores posibles ou simplifica:

$$a) \sqrt[12]{x^9} = \quad b) \sqrt[6]{8} = \quad c) \sqrt{128x^5y^8z^3} = \quad d) \sqrt[5]{2^{11} \cdot 5^7} = \quad e) \sqrt[3]{3000} =$$

12. Opera e simplifica:

$$a) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{6} = \quad b) \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \quad c) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{48} =$$

$$d) \frac{\sqrt{8xy^3}}{\sqrt{x^5}} = \quad e) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32} = \quad f) \sqrt{8} : \sqrt[4]{2} =$$

$$g) \sqrt[3]{\sqrt{4}} = \quad h) (\sqrt[3]{9})^4 =$$

13. Calcula:

$$a) 9\sqrt{175} - 8\sqrt{63} + \sqrt{112} =$$

$$b) 10\sqrt[3]{135} - 2\sqrt[3]{320} + 5\sqrt[3]{40} =$$

$$c) 4\sqrt{x} - 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 10\sqrt{x} =$$

14. Racionaliza e simplifica:

$$a) \frac{3}{\sqrt{5}} = \quad b) \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \quad c) \frac{7}{\sqrt[5]{11^3}} =$$

$$d) \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \quad e) \frac{5}{2 - \sqrt{3}} = \quad f) \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} =$$

$$g) \frac{11}{2\sqrt{5} + 3} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} =$$

15. Calcula aplicando a definición de logaritmos:

$$a) \log_2 64 = \quad b) \log 10000 = \quad c) \log_5 1 =$$

16. Calcula o valor de x

$$a) \log_9 \frac{1}{3} = x \quad b) \log_x \frac{1}{4} = 2 \quad c) \log_2 x = 5$$

17. Calcula o resultado das seguintes expresións, cá axuda das propiedades dos logaritmos:

$$a) \log_3^{1/81} + \log_2 \sqrt{8} - \log_2 2 =$$

$$b) \log 7 + \log\left(\frac{1}{7}\right) =$$

## Solucións

1. Clasifica os seguintes números reais (naturais, enteiros, racionais, irracionais):

$$0,50123025\dots, 0,3333333\dots, 2 - \pi, \frac{3\pi}{4\pi}, \frac{10}{17}, 2\sqrt{9}$$

Naturais:  $2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$

Enteiros:  $2\sqrt{9}$

Racionais:  $2\sqrt{9}, \frac{10}{17}, \frac{3\pi}{4\pi} = \frac{3}{4}, 0,3333333\dots = \frac{1}{3}$

Irracionais:  $2 - \pi, 0,50123025$

2. Representa das diferentes formas os seguintes conxuntos:

a) Todos os números menores que  $\pi$ .

b) Os números maiores que -4 e menores que 2.

a)  $\{x \in \mathbb{R} / x < \pi\} = (-\infty, \pi)$

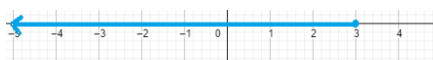


b)  $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x < 2\} = (-4, 2)$



3. Escribe o intervalo que se representan nas seguintes rectas:

a)



b)



a)  $\{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x\} = (-\infty, 3]$

b)  $\{x \in \mathbb{R} / -5 < x \leq 6\} = (-5, 6]$

4. Expresa como intervalos os conxuntos de números reais  $x$  que verifican as seguintes condicións:

a)  $x \geq 0$     b)  $-1 < x \leq 5$     c)  $-3 < x < 3$     d)  $4 \geq x$

a)  $[0, \infty)$     b)  $(-1, 5]$     c)  $(-3, 3)$     d)  $(-\infty, 4]$

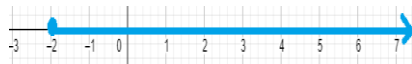
5. Define e representa os seguintes intervalos numéricos:

a)  $(-2,6)$     b)  $[-2, \infty)$

a)  $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 6\}$



b)  $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -2\}$



6. Expressa en forma de intervalo o conxunto de números reais que verifican  $|x+2| < 4$ .

$$\{x \in \mathbb{R} / |x + 2| < 4\} = \{x \in \mathbb{R} / -4 < x + 2 < 4\} = \{x \in \mathbb{R} / -4 - 2 < x < 4 - 2\} = \\ = \{x \in \mathbb{R} / -6 < x < 2\} = (-6, 2)$$

7. Cá calculadora escribe o resultado de  $\sqrt{3}$  e aproxima ás centésimas. Calcula o error absoluto e relativo.

$$\sqrt{3} = 1,73205 \dots \approx 1,73$$

$$\text{Error absoluto} = |\sqrt{3} - 1,73| = 0,00205 \dots$$

$$\text{Error relativo} = \frac{0,00205 \dots}{1,73205 \dots} = 0,00118$$

8. Calcula as seguintes raíces.

a)  $\sqrt[5]{32} =$     b)  $\sqrt[3]{-8} =$     c)  $\sqrt{121} =$     d)  $\sqrt[7]{-1} =$     f)  $\sqrt[3]{\frac{216}{27}} =$

a)  $\sqrt[5]{32} = 2$     b)  $\sqrt[3]{-8} = -2$     c)  $\sqrt{121} = \pm 11$     d)  $\sqrt[7]{-1} = -1$     f)  $\sqrt[3]{\frac{216}{27}} = 2$

9. Pon en forma de potencias os seguintes radicais:.

a)  $\sqrt[5]{3^2} =$     b)  $\sqrt[3]{4^2} =$     c)  $\sqrt{\frac{1}{5}} =$     d)  $\sqrt[7]{\frac{1}{13}} =$     f)  $\sqrt[11]{4^{121}} =$

a)  $\sqrt[5]{3^2} = 3^{2/5}$     b)  $\sqrt[3]{4^2} = 4^{2/3}$     c)  $\sqrt{\frac{1}{5}} = 5^{-1/5}$     d)  $\sqrt[7]{\frac{1}{13}} = \frac{1}{13^{1/7}}$     f)  $\sqrt[11]{4^{121}} = 4^{11}$

10. Pon en forma de radical as seguintes potencias.

a)  $3^{2/5} =$     b)  $z^{-3/2} =$     c)  $5^{-2/14} =$     d)  $4^{3/5} =$

a)  $3^{2/5} = \sqrt[5]{3^2}$     b)  $z^{-3/2} = \sqrt{z^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{z^3}} = \frac{1}{\sqrt{z^3}}$     c)  $5^{-2/14} = 5^{-1/7} = \frac{1}{\sqrt[7]{5}}$     d)  $4^{3/5} = \sqrt[5]{4^3}$

11. Extrae todos os factores posibles ou simplifica

$$a) \sqrt[12]{x^9} = \quad b) \sqrt[6]{8} = \quad c) \sqrt{128x^5y^8z^3} = \quad d) \sqrt[5]{2^{11} \cdot 5^7} = \quad e) \sqrt[3]{3000} =$$

$$a) \sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3} \quad b) \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$c) \sqrt{128x^5y^8z^3} = \sqrt{2^7x^5y^8z^3} = 2^3x^2y^4z \sqrt{2xz}$$

$$d) \sqrt[5]{2^{11} \cdot 5^7} = 2^2 \cdot 5 \sqrt[5]{2 \cdot 5} = 20 \sqrt[5]{10} \quad e) \sqrt[3]{3000} = \sqrt[3]{3 \cdot 10^3} = 10 \sqrt[3]{3}$$

12. Opera e simplifica:

$$a) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{6} = \quad b) \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \quad c) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{48} =$$

$$d) \frac{\sqrt{8xy^3}}{\sqrt{x^5}} = \quad e) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32} = \quad f) \sqrt{8}: \sqrt[4]{2} =$$

$$g) \sqrt[3]{\sqrt{4}} = \quad h) (\sqrt[3]{9})^4 =$$

$$a) \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{30} \quad b) \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad c) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{432} = 3 \cdot 2\sqrt[3]{2}$$

$$d) \frac{\sqrt{8xy^3}}{\sqrt{x^5}} = \frac{2 \cdot y \sqrt{2 \cdot xy}}{x^2 \sqrt{x}} = \frac{2y}{x^2} \sqrt{2y}$$

$$e) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{32^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 32^2} = \sqrt[6]{2^{13}} = 2^2 \sqrt[6]{2} = 4 \sqrt[6]{2}$$

$$f) \sqrt{8}: \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{8^2}: \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{\frac{(2^3)^2}{2}} = \sqrt[4]{2^5} = 2 \sqrt[4]{2}$$

$$g) \sqrt[3]{\sqrt{4}} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2} \quad h) (\sqrt[3]{9})^4 = \sqrt[3]{9^4} = \sqrt[3]{3^8} = 3^2 \sqrt[3]{3^2} = 9 \sqrt[3]{9}$$

13. Calcula:

$$a) 9\sqrt{175} - 8\sqrt{63} + \sqrt{112} =$$

$$b) 10\sqrt[3]{135} - 2\sqrt[3]{320} + 5\sqrt[3]{40} =$$

$$c) 4\sqrt{x} - 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 10\sqrt{x} =$$

$$a) 9\sqrt{175} - 8\sqrt{63} + \sqrt{112} = 9\sqrt{5^2 \cdot 7} - 8\sqrt{3^2 \cdot 7} + \sqrt{2^4 \cdot 7} = 9 \cdot 5\sqrt{7} - 8 \cdot 3\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 45\sqrt{7} - 24\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 25\sqrt{7}$$

$$b) 10\sqrt[3]{135} - 2\sqrt[3]{320} + 5\sqrt[3]{40} = 10\sqrt[3]{3^3 \cdot 5} - 2\sqrt[3]{2^6 \cdot 5} + 5\sqrt[3]{2^3 \cdot 5} =$$

$$= 10 \cdot 3\sqrt[3]{5} - 2 \cdot 2^2\sqrt[3]{5} + 5 \cdot 2\sqrt[3]{5} = 30\sqrt[3]{5} - 8\sqrt[3]{5} + 10\sqrt[3]{5} = 32\sqrt[3]{5}$$

$$c) 4\sqrt{x} - 5\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 10\sqrt{x} = -14\sqrt{x}$$

14. Racionaliza e simplifica:

$$a) \frac{3}{\sqrt{5}} =$$

$$b) \frac{2}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$c) \frac{7}{\sqrt[5]{11^3}} =$$

$$d) \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{2}} =$$

$$e) \frac{5}{2 - \sqrt{3}} =$$

$$f) \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} =$$

$$g) \frac{11}{2\sqrt{5} + 3} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} =$$

$$a) \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2^3\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{2^3\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

$$c) \frac{7}{\sqrt[5]{11^3}} = \frac{7^5\sqrt[5]{11^2}}{\sqrt[5]{11^3} \cdot \sqrt[5]{11^2}} = \frac{7^5\sqrt[5]{11^2}}{\sqrt[5]{11^5}} = \frac{7^5\sqrt[5]{11^2}}{11}$$

$$d) \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{7}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{14}}{2}$$

$$e) \frac{5}{2 - \sqrt{3}} = \frac{5(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{10 + 5\sqrt{3}}{4 - 3} = 10 + 5\sqrt{3}$$

$$f) \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} = \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \frac{2\sqrt{25} - 4\sqrt{5}}{5 - 4} = 10 - 4\sqrt{5}$$

$$g) \frac{11}{2\sqrt{5} + 3} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{(2\sqrt{5} + 3)(2\sqrt{5} - 3)} + \frac{(1 - \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} =$$

$$= \frac{22\sqrt{5} - 33}{20 - 9} + \frac{3 - \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 5}{9 - 5} = \frac{22\sqrt{5} - 33}{11} + \frac{8 - 4\sqrt{5}}{4} = (2\sqrt{5} - 3) + (2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 1$$

15. Calcula mediante a definición de logaritmos:

$$a) \log_2 64 = \quad b) \log 10000 = \quad c) \log_5 1 =$$

$$a) \log_2 64 = 6 \quad b) \log 10000 = 4 \quad c) \log_5 1 = 0.$$

16. Calcula o valor de x:

$$a) \log_9 \frac{1}{3} = x \quad b) \log_x \frac{1}{4} = 2 \quad c) \log_2 x = 5$$

$$a) \log_9 \frac{1}{3} = x \Rightarrow 9^x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^{2x} = 3^{-1} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$b) \log_x \frac{1}{4} = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad c) \log_2 x = 5 \Rightarrow x = 2^5 \Rightarrow x = 32$$

17. Calcula o resultado das seguintes expresións, coa axuda das propiedades dos logaritmos:

a)  $\log_3 1/81 + \log_2 \sqrt{8} - \log_2 2 =$

b)  $\log 7 + \log(1/7) =$

a)  $\log_3 1/81 + \log_2 \sqrt{8} - \log_2 2 = -4 + \log_2 8^{1/2} - 1 = -4 + \frac{1}{2} \cdot 3 - 1 = -5 + \frac{3}{2} = \frac{-7}{2}$

b)  $\log 7 + \log(1/7) = \log 7 - \log 1 - \log 7 = 0$