

NÚMEROS REAIS

Exercicios autoavaliabes

1. Clasifica os seguintes números reais (naturais, enteiros, racionais, irracionais e non reais):

$$\sqrt{10}; -\sqrt[3]{-8}; \frac{27}{5}; 2, \hat{3}; \frac{27}{3}; \sqrt{-2}$$

2. Define e representa os seguintes intervalos numéricos.

$$a) (-3, 7] \quad b) |x - 3| < 1$$

3. Dado o número $2/3 = 0,66666666\dots$, Que erro cométese se o substituímos por 0,66?

4. Calcula as seguintes raíces:

$$a) \sqrt{-4} = \quad b) \sqrt[4]{-81} = \quad c) \sqrt[3]{1000} = \quad d) \sqrt[4]{625} =$$

5. Extrae todos os factores posibles ou simplifica:

$$a) \sqrt[4]{162} = \quad b) \sqrt[6]{a^4} = \quad c) \sqrt{\frac{8}{25}} =$$

$$d) \sqrt[3]{375x^9y^7z^6} =$$

6. Opera e simplifica:

$$a) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10} = \quad b) \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}} = \quad c) \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = \quad d) \sqrt[3]{(\sqrt{x})^6} =$$

7. Calcula:

$$a) \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} =$$

$$b) 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} =$$

$$c) 5\sqrt{a} - 10\sqrt{a} - 3\sqrt{a^3} =$$

8. Racionaliza e simplifica:

$$a) \frac{-2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \quad b) \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \quad c) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} =$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} =$$

9. Calcula os seguintes logaritmos:

a) $\log_2 1/2 =$ b) $\log 1 =$ c) $\log_5 0,04 =$

10. Calcula o valor da x:

a) $\log_4 \frac{1}{2} = x$ b) $\log_x \frac{1}{9} = 2$ c) $\log_3 x = 4$

11. Calcula o resultado da seguinte expresión, coa axuda das propiedades dos logaritmos:

$$\log_2^{64} + \log_2^{\frac{1}{4}} - \log_3^9 - \log_2^{\sqrt{2}} =$$

12. Expressa como intervalos os conxuntos de números reais x que verifican as seguintes condicións empregando intervalos:

a) $x \geq 0$ b) $-1 < x \leq 5$ c) $4 \geq x$

Solucións

1. Clasifica os seguintes números reais (naturais, enteiros, racionais, irracionais e non reais):

$$\sqrt{10}; -\sqrt[3]{-8}; \frac{27}{5}; 2, \hat{3}; \frac{27}{3}; \sqrt{-2}$$

Naturais: $-\sqrt[3]{-8} = -(-2) = 2, \frac{27}{3} = 9$

Enteiros: $-\sqrt[3]{-8}, \frac{27}{3} = 9$

Racionais: $-\sqrt[3]{-8}; \frac{27}{3} = 9; \frac{27}{5}; 2, \hat{3}$

Irracionais: $\sqrt{10}$

Non real: $\sqrt{-2}$

2. Define e representa os seguintes intervalos numéricos:

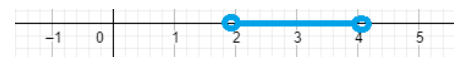
a) $(-3, 7]$ b) $|x - 3| < 1$

a) $\{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 7\}$



b) $\{x \in \mathbb{R} / |x - 3| < 1\} = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x - 3 < 1\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} / -1 + 3 < x < 1 + 3\} = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 4\} = (2, 4)$



3. Dado o número $2/3 = 0,66666666\dots$, Que erro cométese se o substituímos por 0,66?.

Error absoluto = $\left| \frac{2}{3} - 0,66 \right| = 1/150$

Error relativo = $\frac{1/150}{2/3} = \frac{1}{100} \equiv 1\%$

4. Calcula as seguintes raíces:

a) $\sqrt{-4} =$ b) $\sqrt[4]{-81} =$ c) $\sqrt[3]{1000} =$ d) $\sqrt[4]{625} =$

a) $\sqrt{-4} = \nexists$ b) $\sqrt[4]{-81} = \nexists$ c) $\sqrt[3]{1000} = 10$ d) $\sqrt[4]{625} = \pm 5$

5. Extrae todos os factores posibles ou simplifica.

$$a) \sqrt[4]{162} = \quad b) \sqrt[6]{a^4} = \quad c) \sqrt{\frac{8}{25}} =$$

$$d) \sqrt[3]{375x^9y^7z^6} =$$

$$a) \sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2} = 3\sqrt[4]{2} \quad b) \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2} \quad c) \sqrt{\frac{8}{25}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$d) \sqrt[3]{375x^9y^7z^6} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 3x^9y^7z^6} = 5x^3y^2z^3\sqrt[3]{3y}$$

6. Opera e simplifica:

$$a) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10} = \quad b) \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}} = \quad c) \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = \quad d) \sqrt[3]{(\sqrt{x})^6} =$$

$$a) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{5} \quad b) \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt[3]{ab}} = \sqrt[6]{\frac{a^3b^3}{a^2b^2}} = \sqrt[6]{ab}$$

$$c) \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^4 \cdot 2^2 \cdot 2} = \sqrt[8]{2^7} \quad d) \sqrt[3]{(\sqrt{x})^6} = \sqrt[6]{x^6} = x$$

7. Calcula:

$$a) \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} =$$

$$b) 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} =$$

$$c) 5\sqrt{a} - 10\sqrt{a} - 3\sqrt{a^3} =$$

$$a) \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{250} = 2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2} = 0$$

$$b) 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{5^3 \cdot 2} + 5\sqrt[3]{3^3 \cdot 2} - 4\sqrt[3]{2} = 3 \cdot 2\sqrt[3]{2} - 2 \cdot 5\sqrt[3]{2} + 5 \cdot 3\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$$

$$c) 5\sqrt{a} - 10\sqrt{a} - 3\sqrt{a^3} = 5\sqrt{a} - 10\sqrt{a} - 3a\sqrt{a} = -5\sqrt{a} - 3a\sqrt{a}$$

8. Racionaliza e simplifica:

$$a) \frac{-2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \quad b) \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \quad c) \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \quad d) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} =$$

$$a) \frac{-2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{-2(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{-2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2 - 3} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$



$$b) \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{9}+5\sqrt{6}}{3-2} = 15+5\sqrt{6}$$

$$c) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})} = \frac{(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2}{+5-7} =$$

$$= \frac{5-2\sqrt{35}+7}{-2} = \frac{12-2\sqrt{35}}{-2} = -6+\sqrt{35}$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}+1}{1} + \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}+4\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

9. Calcula mediante a definición de logaritmos:

a) $\log_2 1/2 =$ b) $\log 1 =$ c) $\log_5 0,04 =$

a) $\log_2 1/2 = -1$ b) $\log 1 = 0$ c) $\log_5 0,04 = -2$

10. Calcula o valor de x:

a) $\log_4 \frac{1}{2} = x$ b) $\log_x \frac{1}{9} = 2$ c) $\log_3 x = 4$

a) $\log_4 \frac{1}{2} = x \Rightarrow 4^x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{-1} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

b) $\log_x \frac{1}{9} = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ c) $\log_3 x = 4 \Rightarrow x = 3^4 \Rightarrow x = 81$

11. Calcula o resultado da seguinte expresión, coa axuda das propiedades dos logaritmos:

$$\log_2^{64} + \log_2^{\frac{1}{4}} - \log_3^9 - \log_2^{\sqrt{2}} =$$

$$\log_2^{64} + \log_2^{\frac{1}{4}} - \log_3^9 - \log_2^{\sqrt{2}} = 6 - 2 - 2 - \frac{1}{2}(\log_2^2) = 3/2$$

12. Expresa como intervalos os conxuntos de números reais x que verifican as seguintes condicións empregando intervalos:

a) $x \geq 0$ b) $-1 < x \leq 5$ c) $4 \geq x$

a) $[0, \infty]$ b) $(-1, 5]$ c) $(-\infty, 4]$