

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Exercicios autoavaliables

1. Un amigo conseguiu un capital de 9294,27€ tras investilo nun produto financeiro. Recorda que o capital que investiu foi 8500€ a un 1,5% de interese anual pero non recorda o tempo da investido, calcúlao.
2. Un empresario solicita un crédito de 2 millóns de € ao 15% para o seu negocio, que deberá devolver en 10 anos. Calcula:
 - a) A anualidade que deberá pagar ao final de cada ano.
 - b) A mensualidade que tería que pagar se decide facelo mensualmente.
3. Unha entidade bancaria ofrece un plan de pensións de modo que durante 15 anos debemos achegar 600 euros ao 8%. Que capital teremos ao finalizar o prazo? Repetir o problema anterior se se realizan os pagamentos trimestralmente.
4. Podemos aforrar todos os anos 500 euros, e un plan de xubilación ofrécenos un interese do 6%. Canto tempo debemos pagar para obter un capital de 12336€?
5. Cal é a anualidade coa que se amortiza un préstamo de 40 000€ en 5 anos ao 12% anual.
6. Unha inversión ofrece un 2% anual, sempre que se aportemos 4000€ cada ano. Se ao final recibimos 16816,16€, cal é o tempo no que mantivemos os cartos no plan?
7. Cal é a anualidade mensual que teremos que aboar para cancelar unha hipoteca de 180000€ ao 5% de interese anual, se se debe pagar en 35 anos?
8. Unha entidade bancaria ofrece un depósito a dous anos con períodos de capitalización mensuais e un interese crecente que evoluciona coma se indica no cadro adxunto. Que beneficio obteremos se depositamos 15000€ nestas condicións?

Período	Primeiro semestre	Segundo trimestre	Terceiro trimestre	Cuarto trimestre
TAE	2%	3,95%	4,95%	5,95%

9. Pedimos un préstamo de 10000€ ao 12% que debemos devolver nun ano en cotas mensuais. O banco nos impón unha comisión do 5% por cancelación anticipada. Se transcorridos 3 meses queremos cancelar o préstamo, que cantidade debemos pagar coma comisión?
10. Unha raqueta de tenis valía, ao comezo da temporada 40€. Ao longo do ano sufriu as seguintes variacións: subiu un 20%, baixou un 25%, subiu un 5% e finalmente baixou un 12%.
 - a) Cal é o seu índice de variación global?
 - b) Cal é o seu prezo ao finalizar a temporada?
 - c) Que porcentaxe deberá subir para volver a ter un prezo de 40€?

Solucións

1. Un amigo consegue un capital de 9294,27€ tras investilo nun produto financeiro. Recordamos que o capital que investiu foi 8500€ a un 1,5% de interese anual pero non recordamos o tempo da investido, calcúlao.

Caso de interese composto a fórmula $C_f = C(1 + r)^t$

$$C = 8500€$$

$$C_f = 9294,27€$$

$$r = 1,5\% \text{ anual} = 0,015$$

$$9294,27 = 8500(1 + 0,015)^t \Rightarrow 1,015^t = 1,0934 \Rightarrow \text{aplicando logaritmos}$$

$$t = \frac{\log 1,0934}{\log 1,015} = 5,97 \approx 6 \text{ anos} \quad \text{O produto o invertemos durante 6 anos}$$

2. Un empresario solicita un crédito de 2 millóns de € ao 15% para o seu negocio, que deberá devolver en 10 anos. Calcula:

a) A anualidade que deberá pagar ao final de cada ano.

b) A mensualidade que tería que pagar se decide facelo mensualmente.

Caso de amortización: $D = 2 \text{ millóns}$ $r = 15\% \text{ anual} = 0,15$ $t = 10 \text{ anos}$

$$a) \text{ fórmula } a = \frac{D \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{2000000 \cdot 0,15 \cdot 1,15^{10}}{1,15^{10} - 1} = 398504,13€$$

b) Como agora aboamos a cantidade mensualmente varían os datos

$$r = \frac{15\%}{12} = 0,0125 \quad t = 10 \text{ anos teñen 12 meses os períodos son } 12 \cdot 10 = 120$$

$$a = \frac{2000000 \cdot 0,0125 \cdot 1,0125^{120}}{1,0125^{120} - 1} = 32266,99 \approx 32267€$$

3. Unha entidade bancaria ofrece un plan de pensións de modo que durante 15 anos debemos achegar 600 euros ao 8%. Que capital teremos ao finalizar o prazo? Repetir o problema anterior se se realizan os pagamentos trimestralmente.

Caso de capitalización

$$a=600€ \quad r = 8\% \text{ anual} = 0,08 \quad t = 15 \text{ anos}$$

$$\text{Fórmula } C = \frac{a(1 + r) \cdot [(1 + r)^t - 1]}{r} = \frac{600 \cdot 1,08 \cdot (1,08^{15} - 1)}{0,08} = 17594,57€$$

Teremos un capital de 17594,57€

Caso de capitalización, pero agora pagos trimestrais $a=600€$ $r=8\% \text{ anual} \Rightarrow (8\%)/4=0,02$

$t=15 \text{ anos pagos 4 por ano así que son } 15 \cdot 4=60 \text{ € anual agora serán } 600:4=150€$

$$\text{Fórmula } C = \frac{a(1+r) \cdot [(1+r)^t - 1]}{r} = \frac{150 \cdot 1,02 \cdot (1,02^{60} - 1)}{0,02} = 17449,89\text{€}$$

4. Podemos aforrar todos os anos 500 euros, e un plan de xubilación ofrécenos un interese do 6% Canto tempo debemos pagar para obter un capital de 12336€?

Caso de capitalización

$$a=500\text{€} \quad r = 6\% \text{ anual} = 0,06 \quad C = 12336\text{€}$$

$$\text{fórmula } C = \frac{a(1+r) \cdot [(1+r)^t - 1]}{r} \Rightarrow 12336 = \frac{500 \cdot 1,06 \cdot (1,06^t - 1)}{0,06} \Rightarrow$$

$$740,16 = 530(1,06^t - 1) \Rightarrow (1,06^t - 1) = 1,396 \Rightarrow 1,06^t = 2,396 \Rightarrow t = 14,99 \quad t = 15 \text{ anos}$$

5. Cal é a anualidade coa que se amortiza un préstamos de 40 000€ en 5 anos ao 12% anual.

Caso amortización $D=40000\text{€}$ $t=5 \text{ anos}$

$$r = 12\% \text{ anual} = 0,12$$

$$\text{Fórmula } a = \frac{D \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} \quad a = \frac{40000 \cdot 0,12 \cdot 1,12^5}{1,12^5 - 1} = 11096,39\text{€}$$

Anualidade de 11096,39€

6. Unha inversión ofrece un 2% anual, sempre que se aportemos 4000€ cada ano. Se ao final recibimos 16816,16€, cal é o tempo no que mantivemos os cartos no plan?

Caso de capitalización

$$a=4000\text{€} \quad r = 2\% \text{ anual} = 0,02 \quad C = 16816,16\text{€}$$

$$\text{Fórmula } C = \frac{a(1+r) \cdot [(1+r)^t - 1]}{r} \quad 16816,16 = \frac{4000 \cdot 1,02 \cdot (1,02^t - 1)}{0,02}$$

$$\Rightarrow 336,32 = 4080(1,02^t - 1) \Rightarrow 0,0823 + 1 = 1,02^t \Rightarrow t = \frac{\log 1,0824}{\log 1,02} = 3,99 \approx 4 \text{ anos}$$

Estivo 4 anos os cartos no plan

7 Cal é a anualidade mensual que teremos que aboar para cancelar unha hipoteca de 180000€ ao 5% de interese anual, se se debe pagar en 35 anos?

$$\text{Caso de amortización } D = 180000\text{€} \quad r = 5\% \text{ anual} \Rightarrow \frac{5\%}{12} = \frac{0,05}{12}$$

$$t = 35 \text{ anos teñen 12 meses ao ano o número de pagos son } 12 \cdot 35 = 420$$

$$\text{Fórmula } a = \frac{D \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1} = \frac{18000 \cdot \frac{0,05}{12} \cdot \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{420}}{\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{420} - 1} = 908,44\text{€ mensuais}$$

Cantidade mensual a abonar 908,44€

8. Unha entidade bancaria ofrece un depósito a dous anos con períodos de capitalización mensuais e un interese crecente que evoluciona coma se indica no cadro adxunto. Que beneficio obteremos se depositamos 15000€ nestas condicións?

Período	Primeiro semestre	Segundo trimestre	Terceiro trimestre	Cuarto trimestre
TAE	2%	3,95%	4,95%	5,95%

Ao cambiar o interese antes de do ano, deberemos calcular o interese mensual asociado a cada TAE, para o cal veremos a relación entre o TAE e o rédito.

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{12} = 1 + \frac{TAE}{100} \Rightarrow r = \left(\sqrt[12]{1 + \frac{TAE}{100}} - 1\right) \cdot 1200$$

Agora xa podemos calcular o interese asociado a cada TAE

$$TAE \ 2\% \Rightarrow r = \left(\sqrt[12]{1 + \frac{2}{100}} - 1\right) \cdot 1200 = 1,9818 \Rightarrow 1,98\%$$

$$TAE \ 3,95\% \Rightarrow r = \left(\sqrt[12]{1 + \frac{3,95}{100}} - 1\right) \cdot 1200 = 3,88 \Rightarrow 3,88\%$$

$$TAE \ 4,95\% \Rightarrow r = \left(\sqrt[12]{1 + \frac{4,95}{100}} - 1\right) \cdot 1200 = 4,84 \Rightarrow 4,84\%$$

$$TAE \ 5,95\% \Rightarrow r = \left(\sqrt[12]{1 + \frac{5,95}{100}} - 1\right) \cdot 1200 = 5,79 \Rightarrow 5,79\%$$

Coñecido o interese anual para cada período, podemos calcular o capital final e polo tanto o beneficio:

$$C_f = 15000 \left(1 + \frac{1,98}{100}\right)^6 \cdot \left(1 + \frac{3,88}{100}\right)^6 \cdot \left(1 + \frac{4,84}{100}\right)^6 \cdot \left(1 + \frac{5,79}{100}\right)^6 = 16286,60\text{€}$$

O beneficio é polo tanto de: 1286,60€

9. Pedimos un préstamo de 10000€ ao 12% que debemos devolver nun ano en cotas mensuais. O banco nos impón unha comisión do 5% por cancelación anticipada. Se transcorridos 3 meses queremos cancelar o préstamo, que cantidade debemos pagar coma comisión?

O primeiro que debemos calcular é o capital que nos queda pendente de amortizar, tras pagar as tres primeiras cotas. Calcularemos a primeira cota mensual e a táboa de amortización do préstamo.

$$\text{Fórmula } a = \frac{D \cdot r \cdot (1 + r)^t}{(1 + r)^t - 1} = \frac{10000 \cdot \frac{12}{1200} \cdot (1 + \frac{12}{1200})^{12}}{(1 + \frac{12}{1200})^{12} - 1} = 888,49\text{€}$$

Elaboramos a táboa de amortización



	<i>Capital pendente</i>	<i>Cota mensual- pago intereses=pago capital</i>	<i>Pendente</i>
1º mes	10000	$888,49 - 10000 \cdot 0,01 = 788,49$	9211,51
2º mes	9211,51	$888,49 - 9211,51 \cdot 0,01 = 796,37$	8415,14
3º mes	8415,14	$888,49 - 8415,14 \cdot 0,01 = 804,34$	7610,80

Aos tres meses quedáanos 7610,80€ por pagar cunha comisión do 5%, é dicir :

$$7610,80€ \cdot 0,05 = 380,54€$$

Teremos que pagar $7610,80 + 380,54 = 7991,34€$

10. Unha raqueta de tenis valía, ao comezo da temporada 40€. Ao longo do ano sufriu as seguintes variacións: subiu un 20%, baixou un 25%, subiu un 5% e finalmente baixou un 12%.

a) Cal é o seu índice de variación global?

b) Cal é o seu prezo ao finalizar a temporada?

c) Que porcentaxe deberá subir para volver a ter un prezo de 40€?

a) $\text{Índice de variación} = 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 0,8316 \Rightarrow \text{baixa o prezo un } 16,84\%$

b) $\text{Prezo final} = 40 \cdot 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 33,26€$

c) $\text{Como o prezo final é } 33,26€, \text{ ata os } 40€ \text{ deberá subir: } 40 - 33,26 = 6,74€ \Rightarrow \frac{6,74}{33,26} \cdot 100 = 20,26\%$