XEOMETRÍA MÉTRICA DO ESPAZO

Exercicios autoavaliables

1. Dada a recta r: $\begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}$:
   a. Determina a ecuación implícita do plano π que pasa polo punto $P(2, 1, 2)$ e é perpendicular a r. Calcula o punto de intersección de r a π.
   b. Calcula a distancia do punto $P(2, 1, 2)$ á recta r.
2. Dada a recta r: $\begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \end{cases}$
   a. Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo a r e pasa polos puntos $A(0, 1, 2)$ e $B(5, 3, 1)$.
   b. Calcula a ecuación implícita do plano que é paralelo ao plano π: $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ e dista $\sqrt{29}$ unidades da recta r.
3. Dadas as rectas r: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$ e s: $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$
   a. Estuda a posición relativa de r e s. Calcula a distancia de r a s.
   b. Se dous dos lados dun rectángulo están sobre as rectas r e s e dous vértices consecutivos do rectángulo son $A(0, 1, 1)$ e $B(0, 4, 4)$, calcula as coordenadas dos outros dous vértices e a área do rectángulo.
4. Calcula o valor de m para que a recta r: $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-2}{-4}$ non corte ao plano π: $5x + my + 4z = 5$. Para ese valor de m, calcula a distancia da recta ao plano.
5. Dados o plano π: $\begin{cases} x = 2 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 - 2\lambda + \mu \\ z = 4 + 3\mu \end{cases}$ e a recta r: $\begin{cases} x + z - 4 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$:
   a. Calcula o ángulo que forman π e r.
   b. Calcula o plano que contén a r e é perpendicular a π.
6. Dada a recta r: $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 5 \end{cases}$, calcula a distancia do punto $P(1, 1, 4)$ á recta.
7. Dados o plano π: $x + y - z - 1 = 0$ e a recta r: $\begin{cases} 3x + y + z - 6 = 0 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases}$
   a. Estuda a posición relativa de r e π.
   b. Calcula a distancia de r a π.
8.
   a. Calcula as ecuacións paramétricas da recta r que pasa pola orixe de coordenadas e é perpendicular ao plano π determinado polos puntos $A(1, 0, 2)$, $B(2, 1, 3)$ e $C(3, 0, 0)$.
   b. Calcula os posibles valores de a para que o punto $P(a, a, a)$ equidiste da recta r e do plano π do apartado anterior.
9. Dado o plano π: $x - 2y + 3z + 6 = 0$, calcula a área do triángulo de vértices os puntos de corte de π cos eixes de coordenadas.
10.
    a. Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $P(1, 2, -3)$ e é perpendicular á recta r: $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 3x - z + 1 = 0 \end{cases}$.

b. Calcula a distancia d do punto $Q(-1,0,-2)$ ao plano $\beta: x-2y+3z+12=0$. Calcula, se existe, outro punto da recta r que tamén diste d do plano β.

Solucións

1. Dada a recta r: $\begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}$:

   a. Determina a ecuación implícita do plano π que pasa polo punto $P(2,1,2)$ e é perpendicular a r. Calcula o punto de intersección de r a π.

   Como o plano π *e a recta* r *deben ser perpendiculares, o vector director da recta ten a dirección do vector normal ao plano. Así:* $\vec{n} = \overrightarrow{d_r} = (-2,-1,1)$.

   O plano pasa polo punto $P(2,1,2)$, *logo:*

   $$-2(x-2) - 1(y-1) + 1(z-2) = 0 \rightarrow -2x + 4 - y + 1 + z - 2 = 0 \rightarrow -2x - y + z + 3 = 0$$

   O plano que se busca é π: $2x + y - z - 3 = 0$.

   Para calcular o punto de intersección de r *con* π, *substitúense as ecuacións paramétricas da recta na ecuación do plano:*

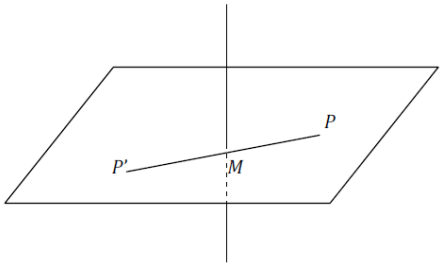
   $$2(3 - 2\lambda) + 1 - \lambda - (4 - \lambda) - 3 = 0 \rightarrow -4\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 0$$

   Substituíndo este valor nas ecuacións paramétricas da recta r, *obtense o punto de corte* $M(3,1,4)$.

   b. Calcula a distancia do punto $P(2,1,2)$ á recta r.

   Dado que $P \in \pi$, r *é perpendicular a* π *e* M *é o punto de intersección de* r *e* π, *a distancia pedida será:*

   $$d(P,r) = d(P,M) = \sqrt{(3-2)^2 + (1-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}\ u$$



2. Dada a recta r: $\begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \end{cases}$

   a. Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo a r e pasa polos puntos $A(0,1,2)$ e $B(5,3,1)$.

   Un plano paralelo a r *ten un vector director proporcional ao de* r. *Calculamos o director de* r:

   $$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 5i + 10j + 5k = (5,10,5)//(1,2,1)$$

   Ademais, se pasa por A *e* B, *outro dos seus vectores directores é proporcional a* $\overrightarrow{AB}(5,2,-1)$.

   Entón o plano buscado é:

   $$0 = \begin{vmatrix} x & y-1 & z-2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4x + 6(y-1) - 8(z-2) = -4x + 6y - 6 - 8z + 16 =$$

   $$= -4x + 6y - 8z + 10 \rightarrow 2x - 3y + 4z - 5 = 0$$

b. Calcula a ecuación implícita do plano que é paralelo ao plano π: $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ e dista $\sqrt{29}$ unidades da recta r.

Sexa β *o plano buscado. Dito plano é da forma* $2x - 3y + 4z + d = 0$ *por ser paralelo a* π.

Ademais, $d(r, \beta) = \sqrt{29}$. *Sabemos que* $d(r, \beta) = d(R, \pi)$ *sendo* R *un punto da recta* r. *Achamos un punto de* r:

$$Se\ z = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \xrightarrow{sumamos} 5x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow R(0,0,0)$$

Polo tanto,

$$d(r, \beta) = d(R, \beta) = \frac{|2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + d|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2}} = \frac{|d|}{\sqrt{29}}$$

E, como $d(r, \beta) = \sqrt{29}$,

$$\frac{|d|}{\sqrt{29}} = \sqrt{29} \rightarrow |d| = 29 \rightarrow d = \pm 29$$

En conclusión, hai dous planos que verifican as condicións $\beta_1: 2x - 3y + 4z + 29 = 0$ *e* $\beta_2: 2x - 3y + 4z - 29 = 0$.

3. Dadas as rectas r: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$ e s: $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a. Estuda a posición relativa de r e s. Calcula a distancia de r a s.
Determinamos un vector director e un punto de cada unha das rectas:

Da recta r: $R(0,1,1)$ *e* $(0,3,3)$ // $\overrightarrow{d_r}(0,1,1)$

Da recta s:

$$Se\ z = 0 \rightarrow \begin{cases} x + y + 2 = 0 \rightarrow x = -4 \\ y - 2 = 0 \rightarrow y = 2 \end{cases} \rightarrow S(-4,2,0)$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0i + 1j + 1k = (0,1,1) = \overrightarrow{d_s}$$

Logo $\overrightarrow{RS}(-4,1,-1)$.

$$Rg(\overrightarrow{d_r}, \overrightarrow{d_s}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$Rg(\overrightarrow{d_r}, \overrightarrow{d_s}, \overrightarrow{RS}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

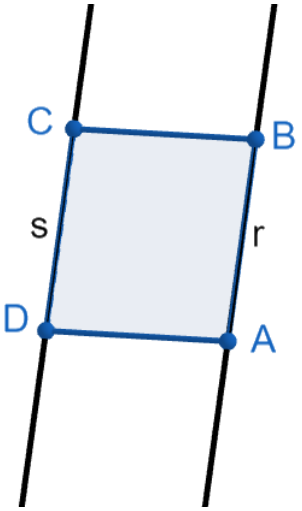
As rectas son paralelas.

Como as rectas son paralelas, a distancia entre elas pode calcularse como a distancia dun punto dunha delas á outra:

$$\mathrm{d}(\mathrm{r},\mathrm{s}) = \mathrm{d}(\mathrm{R},\mathrm{s}) = \frac{\left|\overrightarrow{\mathrm{d_s}} \times \overrightarrow{\mathrm{RS}}\right|}{\left|\overrightarrow{\mathrm{d_s}}\right|} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + 4^2}}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{d_s}} \times \overrightarrow{\mathrm{RS}} = \begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -2\mathrm{i} - 4\mathrm{j} + 4\mathrm{k} = (-2,-4,4)$$

b. Se dous dos lados dun rectángulo están sobre as rectas r e s e dous vértices consecutivos do rectángulo son $A(0,1,1)$ e $B(0,4,4)$, calcula as coordenadas dos outros dous vértices e a área do rectángulo.



$A, B \in r$ porque se substituímos $\lambda = 0$ e $\lambda = 1$ en r, obtemos A e B, respectivamente. Entón $C, D \in s$.

Tendo en conta que $S(-4,2,0)$ e $\overrightarrow{d_s}(0,1,1)$, un punto xenérico de s será da forma $(-4, 2+\lambda, \lambda)$, é dicir, $C(-4, 2+\lambda, \lambda)$ e $D(-4, 2+\lambda, \lambda)$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC} \rightarrow (0,3,3) \cdot (-4, \lambda - 2, \lambda - 4) = 0 \rightarrow 6\lambda - 18 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow \lambda = 3 \rightarrow C(-4,5,3)$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD} \rightarrow (0,3,3) \cdot (-4, \lambda + 1, \lambda - 1) = 0 \rightarrow 6\lambda = 0 \rightarrow \lambda = 0$

$\rightarrow D(-4,2,0)$

A área do rectángulo pódese calcular como:

$$A = d(r,s) \cdot d(A,B) \overset{\substack{d(r,s)=3\sqrt{2} \\ (apartado\ a)}}{=} 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = 3\sqrt{36} = 3 \cdot 6 = 18\,u^2$$

Ou ben:

$$A = d(A,B) \cdot d(A,D) = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{(4-1)^2 + (4-1)^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + (2-1)^2 + (-1)^2} =$$

$$= \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} = 18\,u^2$$

4. Calcula o valor de m para que a recta $r: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-2}{-4}$ non corte ao plano $\pi: 5x + my + 4z = 5$. Para ese valor de m, calcula a distancia da recta ao plano.

A recta e o plano serán paralelos se o vector director da recta é perpendicular ao vector normal ao plano:

$$r \parallel \pi \leftrightarrow \overrightarrow{d_r}(2,6,-4) \perp \vec{n}(5,m,4) \leftrightarrow (2,6,-4) \cdot (5,m,4) = 0 \leftrightarrow 6m - 6 = 0 \leftrightarrow m = 1$$

Como para $m = 1$ a recta e o planos son paralelos, a distancia da recta ao plano é a distancia dun punto da recta, $P(0,2,2)$, ao plano:

$$d(r,\pi) = d(P,\pi) = \frac{|5 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{5^2 + 1^2 + 4^2}} = \frac{5}{\sqrt{42}} = \frac{5\sqrt{42}}{42}\,u$$

5. Dados o plano π: $\begin{cases} x = 2 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 - 2\lambda + \mu \\ z = 4 + 3\mu \end{cases}$ e a recta r: $\begin{cases} x + z - 4 = 0 \\ y = 3 \end{cases}$:

   a. Calcula o ángulo que forman π e r.

   Determinamos un vector director da recta r:

$$\overrightarrow{d_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1i + 0j + 1k = (-1,0,1)$$

   Determinamos un vector normal ao plano π:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -6i - 6j + 0k = (-6,-6,0) \rightarrow \vec{n}(1,1,0)$$

   Se α é o ángulo que forman r e π, cúmprese que:

$$\operatorname{sin}\alpha = \frac{|\overrightarrow{d_r} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{d_r}||\vec{n}|} = \frac{|(-1,0,1) \cdot (1,1,0)|}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \operatorname{arcsin}\frac{1}{2} = 30°$$

   b. Calcula o plano que contén a r e é perpendicular a π.

   Como β contén a r, os puntos da recta son puntos de β. Por exemplo:

$$(4,3,0) \in r \rightarrow (4,3,0) \in \beta$$

   Entón, as ecuacións paramétricas do plano serán $\begin{cases} x = 4 - \lambda + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = \lambda \end{cases}$

6. Dada a recta r: $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 5 \end{cases}$, calcula a distancia do punto $P(1,1,4)$ á recta.

A recta r pasa por $A(1,2,5)$ e ten como vector director $\overrightarrow{d_r}(1,-2,0)$.

$$\overrightarrow{d_r} \times \overrightarrow{AP} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2i - 1j - 1k = (-2,-1,-1)$$

$$d(P,r) = \frac{|\overrightarrow{d_r} \times \overrightarrow{AP}|}{|\overrightarrow{d_r}|} = \frac{|(-2,-1,-1)|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{5}\ u$$

7. Dados o plano π: $x + y - z - 1 = 0$ e a recta r: $\begin{cases} 3x + y + z - 6 = 0 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases}$

   a. Estuda a posición relativa de r e π.

   Un vector normal ao plano é $\vec{n}(1,1,-1)$.

   Determínase un vector director da recta:

$$\overrightarrow{d_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1i + 2j + 1k = (-1,2,1)$$

Entón: $(-1,2,1)\cdot(1,1,-1) = 0 \rightarrow r$ *e* π *son paralelos porque ademais, por exemplo,* $P(1,0,3) \in r$ *pero* $P(1,0,3) \notin \pi$.

b. Calcula a distancia de r a π.

Como a recta e o plano son paralelos, para calcular a distancia de r *a* π*, calcúlase a distancia dun punto arbitrario de* r *ao plano* π*:*

$$d(r,\pi) = d(P,\pi) = \frac{|1+0-3-1|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\,u$$

8.

a. Calcula as ecuacións paramétricas da recta r que pasa pola orixe de coordenadas e é perpendicular ao plano π determinado polos puntos $A(1,0,2)$, $B(2,1,\ 3)$ e $C(3,0,0)$.

Os vectores $\overrightarrow{AB}(1,1,1)$ *e* $\overrightarrow{AC}(2,0,-2)$ *son linealmente independentes e están contidos no plano* π*. Polo tanto, o vector* $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ *ten a dirección da recta* r*:*

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -2i + 4j - 2k = (-2,4,-2)$$

E pódese tomar como vector director de r *o vector* $\overrightarrow{d_r}(1,-2,1)$*. Tendo en conta que a recta pasa pola orixe de coordenadas, as súas ecuacións paramétricas serán:*

$$\begin{cases} x = \lambda \\ y = -2\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$$

b. Calcula os posibles valores de a para que o punto $P(a,a,a)$ equidiste da recta r e do plano π do apartado anterior.

Tendo en conta que un punto da recta é $Q(0,0,0)$*, a distancia do punto* $P(a,a,a)$ *á recta* r *vén dada por:*

$$\overrightarrow{d_r} \times \overrightarrow{QP} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 1 \\ a & a & a \end{vmatrix} = -3a + 0j - a = (-3a, 0, -a)$$

$$d(P,r) = \frac{|\overrightarrow{d_r} \times \overrightarrow{QP}|}{|\overrightarrow{d_r}|} = \frac{|(-3a,0,-a)|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{18a^2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{6}} \cdot \sqrt{a^2} = \sqrt{3}|a|\,u$$

O plano π *pasa polo punto* $A(1,0,2)$ *e os vectores* $\overrightarrow{AB}(1,1,1)$ *e* $\overrightarrow{AC}(2,0,-2)$ *son dous vectores contidos no plano, polo tanto a súa ecuación xeral é:*

$$0 = \begin{vmatrix} x-1 & y & z-2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -2(x-1) + 4y - 2(z-2) = -2x + 2 + 4y - 2z + 4 =$$

$= -2x + 4y - 2z + 6 \rightarrow \pi: x - 2y + z - 3 = 0$

E a distancia do punto $P(a,a,a)$ ao plano π é:

$$d(P,\pi) = \frac{|a - 2a + a - 3|}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}\, u$$

Polo tanto, $d(P,r) = d(P,\pi) \leftrightarrow |a|\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{2} \leftrightarrow a = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. Dado o plano $\pi: x - 2y + 3z + 6 = 0$, calcula a área do triángulo de vértices os puntos de corte de π cos eixes de coordenadas.

Sexan A, B e C os puntos de corte do plano π cos eixes coordenados.

As coordenadas dos puntos do eixe OX verifican que $y = 0, z = 0$, logo substituíndo na ecuación do plano tense: $x - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 6 = 0 \rightarrow x + 6 = 0 \rightarrow x = -6$.

O punto A é $(-6,0,0)$.

As coordenadas dos puntos do eixe OY verifican que $x = 0, z = 0$, logo substituíndo na ecuación do plano tense: $0 - 2y + 3 \cdot 0 + 6 = 0 \rightarrow -2y + 6 = 0 \rightarrow y = 3$.

O punto B é $(0,3,0)$.

As coordenadas dos puntos do eixe OZ verifican que $x = 0, y = 0$, logo substituíndo na ecuación do plano tense: $0 - 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 6 = 0 \rightarrow 3z + 6 = 0 \rightarrow z = -2$.

O punto C é $(0,0,-2)$.

A área do triángulo será a metade do módulo do produto vectorial dos vectores que van dun deses puntos aos outros:

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -6i + 12j - 18k = (-6,12,-18)$$

$$A = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-6)^2 + 12^2 + (-18)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{504} = 3\sqrt{14}\, u^2$$

10.

a. Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $P(1,2,-3)$ e é perpendicular á recta $r: \begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 3x - z + 1 = 0 \end{cases}$.

Como o plano é perpendicular á recta, o vector director da recta é un vector perpendicular ao plano:

$$\overrightarrow{d_r} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1i + 2j - 3k = (-1,2,-3)$$

Como se coñece un punto, $P(1,2,-3)$, e un vector perpendicular ao plano, a ecuación xeral do plano é:

$$-1+2\cdot 2-3\cdot(-3)+d=0\rightarrow 12+d=0\rightarrow d=-12\rightarrow -x+2y-3z-12=0$$

É dicir, $\beta: x-2y+3z+12=0$.

b. Calcula a distancia d do punto $Q(-1,0,-2)$ ao plano $\beta: x-2y+3z+12=0$. Calcula, se existe, outro punto da recta r que tamén diste d do plano β.

$$d=d(Q,\beta)=\frac{|-1-2\cdot 0+3\cdot(-2)+12|}{\sqrt{14}}=\frac{5}{\sqrt{14}}=\frac{5\sqrt{14}}{14}\ u$$

Como $\overrightarrow{d_r}(-1,2,-3)$ *é un vector director da recta* r, *e* $A(0,-2,1)$ *é un punto da mesma, as ecuacións paramétricas de* r *son:* $\begin{cases} x=-\lambda \\ y=-2+2\lambda. \\ z=1-3\lambda \end{cases}$

Tense que atopar un punto da recta Q', *será da forma* $(-\lambda,-2+2\lambda,1-3\lambda)$, *distinto de* Q *que diste* d *unidades do plano* β.

$$d(Q',\beta)=\frac{|-\lambda-2\cdot(-2+2\lambda)+3\cdot(1-3\lambda)+12|}{\sqrt{14}}=\frac{|19-14\lambda|}{\sqrt{14}}\ u$$

Polo tanto, $\frac{5}{\sqrt{14}}=\frac{|19-14\lambda|}{\sqrt{14}}\rightarrow 5=|19-14\lambda|\rightarrow \begin{cases} 5=19-14\lambda\rightarrow\lambda=1\rightarrow Q(-1,0,-2) \\ -5=19-14\lambda\rightarrow\lambda=\frac{12}{7}\rightarrow Q'\left(-\frac{12}{7},\frac{10}{7},-\frac{29}{7}\right) \end{cases}$