MATRICES

Exercicios autoavaliables

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

   a) Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B - C$
   b) Calcula os valores de a,b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$

2. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

   a) Calcula a inversa de B por calquera método.
   b) Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique:
   $A \cdot B^{-1} + 2 \cdot I = C^t$, I matriz identidade de orde 2 e C^t matriz trasposta de C

3. Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

   a) Determina o valor de x para que se verifique $B^2 = A$
   b) Calcula o valor de x para que $B + C = A^{-1}$(A^{-1} matriz inversa de A)
   c) Calcula o valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$, sendo I_2a matriz identidade de orde 2.

4. Dada $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, calcula, se o hai, algún valor de a para o que se verifique que A^2 sexa a matriz identidade.

5. Despexar a matrix X na ecuación $A^{-1}XB - 2CD = B^2$ e calcula o seu valor.
   Sendo A=$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$

6. Dadas as matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ e C=$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ calcula os valores de a, b e c para que se verifique a ecuación matricial $A \cdot B^t = C$ onde B^tdenota a trasposta de B.

7. Dada a ecuación matricial $X \cdot A + B^t = 2X$ sendo B^t a trasposta de B:

   $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

   a) Despexar a matriz X. Calcula a matriz inversa de $A - 2I$
   b) Resolver a ecuación matricial.

8. Resolve a ecuación matricial A·X + C = B, sendo

A = $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

9. Unha empresa fabrica xoguetes de tres tipos diferentes T_1, T_2, T_3.Os prezos de custo de cada xoguete e os ingresos que obtén a empresa por cada xoguete vendido veñen dados na seguinte táboa:

	T_1	T_2	T_3
Prezo de custo	4€	6€	9€
Ingreso	10€	16€	24€

O número de vendas anuais é de 4500 xoguetes T_1, 3500 xoguetesT_2 e 1500 xoguetes T_3. Sabendo que a matriz de custos (C) e a matriz de ingresos (I) son matrices diagonais e que a matriz de vendas anuais (V) é unha matriz fila,

a) Determina as matrices C, I e V.
b) Obter utilizando as matrices anteriores , a matriz de custos anuais, a matriz de ingresos anuais, e matriz de beneficios anuais, correspondentes aos tres tipos de xoguetes.

10. a) Calcula os valores do parámetro α, para que a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha & -2 \\ 5 & -\alpha \end{pmatrix}$ coincida coa súa oposta.

b) Considera a matiz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$ calcular A^{15}

11. Sexa $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula A^2 e exprese o resultado en función da matriz identidade.
b) Utiliza a relación obtida coa matriz identidade para calcular A^{2005}

12. Na seguinte táboa indícase a audiencia prevista, en miles de espectadores, por tres cadeas de TV(A, B, C) nunha determinada semana e en cada un dos tres segmentos horarios (Mañá: M, Tarde:T e noite:N)

	A	B	C
M	40	60	20
T	60	40	30
N	100	80	90

Sen embargo, como consecuencia da calidade dos programas emitido, prodúcese en la audiencia prevista e nos segmentos horarios unha redución do 10% para a cadea A, unha redución do 5% para a cadea B e un aumento do 20% para a cadea C.

a) Obter a matriz que representa a nova audiencia das tres cadeas A,B e C nos tres segmentos horarios, M, N e T.

b) Sabendo que o beneficio que obtén cada cadea por espectador é de 3€ pola mañá, 4€ pola tarde e 6€ pola noite, obter mediante cálculo matricial os beneficios para cada cadea.

Solucións

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

   a) Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B - C$
   b) Calcula os valores de a,b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$

a) $AB = \begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}$ e $B - C = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix}$

b) $A \cdot B = B - C \Rightarrow \begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -a + c = -3 \\ a + 2b = -1 \\ -2b + c = 0 \end{cases}$

Resolvemos o sistema por un método axeitado, e obtemos $a = 1, b = -1, c = -2$
E comprobaríamos o resultado:
$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B - C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

   a) Calcula a inversa de B por calquera método
   b) Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique:
   $A \cdot B^{-1} + 2 \cdot I = C^t$, I matriz identidade de orde 2 e C^t matriz trasposta de C

a) Calculamos a inversa polo método de Gauss $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -2 & 3/2 \end{pmatrix}$

b) Operamos alxebricamente coas matrices dadas:

$2I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $C^t = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} a-4 & -\frac{a}{2}+3 \\ 1-2b & -\frac{1}{2}+\frac{3b}{2} \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B^{-1} + 2 \cdot I = \begin{pmatrix} a-2 & -\frac{a}{2}+3 \\ 1-2b & \frac{3}{2}(b+1) \end{pmatrix}$$

Igualamos os termos e obtemos as seguintes ecuacións:
$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \;\; 1 - 2b = -1 \Rightarrow b = 1$
Comprobamos a compatibilidade dos valores $a = 2$ *na outra igualdade* $-\frac{a}{2} + 3 = 2$ *e para b* $\frac{3}{2}(b+1) = 3$

3. Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

   a) Determina o valor de x para que se verifique $B^2 = A$
   b) Calcula o valor de x para que $B + C = A^{-1}$(A^{-1} matriz inversa de A)
   c) Calcula o valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$, sendo I_2a matriz identidade de orde 2.

a) Caculamos a matriz $B^2 = \begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix}$
Resolvemos a igualdade de matrices, obtendo o valor da solución:

$$\begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+x^2 = 5 \\ 3x = 3 \\ x^2+1 = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

A solución x=-1 non é válida, porque non é certa para todas as ecuacións.

b) Calculamos a inversa da matriz A, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$
Calculamos $B + C = \begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix}$
Igualamos os termos de amabas matrices : $\begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ *e obtemos x=-2*

c) Operamos alxebricamente as marices $A - B + \frac{1}{2}C = \begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix}$
Igualamos $\begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 5/2$

4. Dada $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, calcula, se o hai, algún valor de a para o que se verifique que A^2 sexa a matriz identidade.

Calculamos $A^2 = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ a^2+a & 1 \end{pmatrix}$ *igulamos a matriz a matriz identidade e obtemos:*

$$\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ a^2+a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2+a = 0 \end{cases}$$

Resolvemos para calcular o valor de a, sendo a única solución posible $a = -1$

5. Despexar a matrix X na ecuación $A^{-1}XB - 2CD = B^2$ e calcula o seu valor.
   Sendo A=$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$

Despexar a matriz X, $A^{-1}XB = B^2 + 2CD \Rightarrow X = A(B^2 + 2CD)B^{-1}$
Calculamos a matriz inversa de B por o método de Gauss e obtemos:
$B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
Calculamos $B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$
$X = A(B^2 + 2CD)B^{-1} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 4 & 22 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$

6. Dadas as matrices A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ e C=$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ calcula os valores de a, b e c para que se verifique a ecuación matricial $A \cdot B^t = C$ onde B^tdenota a trasposta de B.

Calculamos $B^t = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & c & -1 \end{pmatrix}$

Calculamos $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & a-b+2c & -3 \\ -2 & -a-b+2c & -3 \\ 3 & 2a+b-c & 2 \end{pmatrix}$

Formulamos o sistema $\begin{cases} a-b+2c=-1 \\ -a-b+2c=-5 \\ 2a+b-c=6 \end{cases}$

Resolvemos por calquera método, obtendo: $a = 2\ b = 1\ e\ c = -1$

7. Dada a ecuación matricial $X \cdot A + B^t = 2X$ sendo B^t a trasposta de B:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Despexar a matriz X. Calcula a matriz inversa de $A - 2I$
b) Resolver a ecuación matricial.

a) Despexar a matriz X $\Rightarrow X = -B^t(A-2I)^{-1}$

Calculamos a matriz $A - 2I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calculamos a inversa por calquera método $(A-2I)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) Resolvemos a ecuación matricial e obtemos $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

8. Resolve a ecuación matricial $A \cdot X + C = B$, sendo

A = $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

$A \cdot X + C = B \Rightarrow A \cdot X = B - C \Rightarrow A^{-1} \cdot (A \cdot X) = A^{-1} \cdot (B - C) \Rightarrow X = A^{-1} \cdot (B - C)$

Calcúlase a inversa de A polo método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 4 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{2^aF\cdot 4+1^aF} \left(\begin{array}{cc|cc} 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{1^aF-2^aF} \left(\begin{array}{cc|cc} 4 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{1^aF:4} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right)$$

Logo $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

Substitúense as variables polos seus valores e opérase:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & 0 \\ -11 & -1 & 14 & -2 \end{pmatrix}$$

9. Unha empresa fabrica xoguetes de tres tipos diferentes T_1, T_2, T_3.Os prezos de custo de cada xoguete e os ingresos que obtén a empresa por cada xoguete vendido veñen dados na seguinte táboa:

	T_1	T_2	T_3
Prezo de custo	4€	6€	9€
Ingreso	10€	16€	24€

O número de vendas anuais é de 4500 xoguetes T_1, 3500 xoguetesT_2 e 1500 xoguetes T_3. Sabendo que a matriz de custos (C) e a matriz de ingresos (I) son matrices diagonais e que a matriz de vendas anuais (V) é unha matriz fila,

a) Determina as matrices C, I e V.
b) Obter utilizando as matrices anteriores , a matriz de custos anuais, a matriz de ingresos anuais, e matriz de beneficios anuais, correspondentes aos tres tipos de xoguetes.

a) Matriz de custos C= $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

Matriz de ingresos I= $\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$

Matriz de vendas anuais V=(4500 3500 1500)

b) Matriz e custos anuais:

$V \cdot C$ *=(4500 3500 1500)* $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = (18000 \;\; 21000 \;\; 13500)$

Matriz de ingresos anuais:

$V \cdot I$ *=(4500 3500 1500)* $\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix} = (45000 \;\; 56000 \;\; 36000)$

Matriz de beneficios anuais: $V \cdot I - V \cdot C = (2700 \quad 35000 \quad 22500)$

Terá logo 27000€ de beneficios anuais cos xoguetes tipo T_1*; 35000€ cos xoguetes tipo* T_2*; e 22500€ cos xoguetes tipo* T_3.

10. a) Calcula os valores do parámetro α, para que a inversa da matriz $A=\begin{pmatrix}\alpha & -2\\ 5 & -\alpha\end{pmatrix}$ coincida coa súa oposta.

b) Considera a matiz $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -6 & -2\end{pmatrix}$ calcular A^{15}

a) Se $A^{-1}=-A \Longrightarrow A^{-1}\cdot A=-A\cdot A=I \Longrightarrow$

$$-\begin{pmatrix}\alpha & -2\\ 5 & -\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha & -2\\ 5 & -\alpha\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Longrightarrow\begin{pmatrix}-\alpha^2+10 & 0\\ 0 & 10-\alpha^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Longrightarrow -\alpha^2+10=1\Longrightarrow \alpha=\pm 3$$

b) $A^2=AA=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -6 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 1\\ -6 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -6 & -2\end{pmatrix}=A\Longrightarrow A^3=A^2\cdot A=A\cdot A=A \ldots \Longrightarrow A^{15}=A$

11. Sexa $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula A^2 e exprese o resultado en función da matriz identidade.
b) Utiliza a relación obtida coa matriz identidade para calcular A^{2005}

a) $A^2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=-I$

b) Pódese observar que:

$A=A$

$A^2=-I$

$A^3=A^2\cdot A=-I\cdot A=-A$

$A^4=A^3\cdot A=-A\cdot A=-A^2=I$

$A^5=A^4\cdot A=I\cdot A=A$

$A^6=A^5\cdot A=A\cdot A=A^2=-I$

...

Os posibles resultados son:

$A^{4n}=I,\quad A^{4n+1}=A,\quad A^{4n+2}=-I,\quad A^{4n+3}=-A$

En consecuencia como $A^{2005}=A^{4\cdot 501+1}=A$

12. Na seguinte táboa indícase a audiencia prevista, en miles de espectadores, por tres cadeas de TV(A,B, C) nunha determinada semana e en cada un dos tres segmentos horarios (Mañá: M, Tarde:T e noite:N)

	A	B	C
M	40	60	20
T	60	40	30
N	100	80	90

Sen embargo, como consecuencia da calidade dos programas emitido, prodúcese en la audiencia prevista e nos segmentos horarios unha redución do 10% para a cadea A, unha redución do 5% para a cadea B e un aumento do 20% para a cadea C.

a) Obter a matriz que representa a nova audiencia das tres cadeas A,B e C nos tres segmentos horarios, M, N e T.

b) Sabendo que o beneficio que obtén cada cadea por espectador é de 3€ pola mañá, 4€ pola tarde e 6€ pola noite, obter mediante cálculo matricial os beneficios para cada cadea.

a) Cadea A: conserva o 90% da audiencia temos que multiplicala por 0,90

Cadea b: Conserva o 95 % da audiencia temos que multiplicala por 0,95

Cadea C: consigue un 20% más temos que multiplicala por 1,20

A nova audiencia obtense multiplicando as seguintes matrices:

$$\begin{pmatrix} 40 & 60 & 20 \\ 60 & 40 & 30 \\ 100 & 80 & 90 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,90 & 0 & 0 \\ 0 & 0,95 & 0 \\ 0 & 0 & 1,20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix}$$

b) o beneficio será:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 846 & 779 & 864 \end{pmatrix}$$

O beneficio da cadea A será 86400€, para a cadea B 779000€ e para a cadea C 864000€